

Matematicko-fyzikálna fakulta
Univerzity Komenského v Bratislave
Katedra jadrovej fyziky



Mgr. Juraj Bracíník

Dizertačná práca

Plynové polohovocitlivé detektory vo fyzike vysokých energií

Školiteľ: RNDr. Stanislav Tokár, CSc.

Bratislava, 2000

Úvodom práce by som sa chcel poďakovať svojmu školiťovi Stanislavovi Tokárovi za všestrannú odbornú aj morálnu pomoc pri vypracovávaní tejto práce. Pomohlo mi aj veľa ďalších ľudí, spomedzi ktorých by som chcel poďakovať najmä Vladimírovi Černému, Hansovi Gerhardovi Fischerovi a Miroslavovi Piknovi.

Obsah

1	Úvod a ciele dizertačnej práce.	7
I	Princípy činnosti plynových detektorov.	10
2	Plynové detektory v súčasnej fyzike vysokých energií.	11
3	Základné fyzikálne procesy v polohovocitlivých plynových detektoroch.	14
3.1	Interakcia nabitých častíc s látkou.	14
3.2	Difúzia a drift elektrónov a iónov v plynach.	15
3.3	Zosilnenie ionizácie.	16
3.4	Tvorba signálu.	18
4	Princípy práce Časovo–projekčnej komory.	19
5	Experiment Na49.	24
5.1	Úvod.	24
5.2	Akceptancia, trigger a určovanie centrality.	25
5.3	TPC-plyn a monitorovanie.	27
5.4	Proporcionálne komory.	28
5.5	Elektronika.	30
5.6	Tracking a rozlíšenie.	30
5.7	Identifikácia častíc.	32
II	Štúdium pracovných parametrov časovo–projekčnej	

komory.	33
6 Fyzikálne princípy Monte Carlo simulácie TPC a štruktúra programu <i>padres</i>.	34
6.1 Generovanie stopy častice.	35
6.2 Ionizácia plynu pozdĺž stopy častice.	35
6.3 Drift and difúzia elektrónov.	36
6.4 Zber ionizácie na anódach.	37
6.5 Fluktuácie koeficientu plynového zosilnenia.	37
6.6 Náboj indukovaný na padoch a odozvoová funkcia padu (PRF).	37
6.6.1 Tvar signálu a jeho vzorkovanie.	38
6.7 Prepočet na ADC kanály a zahrnutie šumov.	39
6.8 Vyhľadávanie klastrov, aplikácia prahov (zero supression threshold) a výpočet parametrov klastra.	40
6.9 Konštanty a parametre použité v simulácii.	41
7 Faktory ovplyvňujúce priestorové rozlíšenie TPC.	44
7.1 Difúzia.	44
7.2 Fluktuácie plynového zosilnenia.	45
7.3 Vplyv konečnej šírky padov a nelinearita ťažiskovej metódy. .	48
7.4 Vplyv nastavenia prahov a šumov.	52
7.4.1 Vplyv nastavenia prahov.	52
7.4.2 Vplyv šumov.	58
8 Porovnanie výsledkov simulácie s dátami.	61
9 Straty náboja v dôsledku aplikácie prahov v TPC.	67
10 Faktory, ovplyvňujúce šírku klastra v TPC.	70
10.1 Úvod.	70
10.2 Difúzia a odozvoová funkcia padu (PRF).	70
10.3 Vplyv fluktuácií koeficientu plynového zosilnenia.	73
10.4 Vplyv konečnej šírky padu a vzorkovania indukovaného rozdelenia náboja.	75
10.5 Vplyv šumov, prahov, digitalizácie a odozvovej funkcie elektroniky.	77

III Štúdium produkcie baryónových rezonancií v protón-protónových zrážkach.	81
11 Základné problémy spojené so štúdiom produkcie rezonančných stavov.	82
12 Selekcia identifikovaných častíc.	85
12.1 Metóda odfiknutého priemeru.	85
12.2 Výpočet odfiknutého priemeru z reálnych dát.	87
12.3 Kontrola správnosti identifikácie a odhad veľkosti systematických chýb.	89
13 Extrakcia počtu vyprodukovaných rezonancií zo spektra invariantných hmotností.	92
13.1 Metóda miešania udalostí (Event mixing).	92
13.2 Monte Carlo simulácia, popisujúca produkciu a rozpad Δ^{++} a akceptančná korekcia.	95
13.3 Určenie počtu rezonancií v bine.	97
14 Absolútna normalizácia účinného prierezu.	98
14.1 Všeobecné formuly platné pre účinný prierez.	98
14.2 Účinný prierez triggera.	99
14.3 Použitie účinného prierezu triggera na výpočet inkluzívnych účinných prierezov.	101
15 Experimentálne výsledky.	103
15.1 Rozdelenie v priečných hybnostiach.	103
15.2 Rozdelenie v x_F .	106
15.3 Porovnanie s existujúcimi meraniami.	108
16 Vplyv vyšších rezonancií na meranie účinného prierezu Δ^{++} .	110
17 Záver.	112
IV Dodatky	114
A Časovo projekčná komora (TPC) s necylindrickou geometriou pre experiment ALICE.	115
A.1 Prečo netradičné geometrie?	115
A.2 „Fokusujúce pole“– všeobecné geometrické úvahy.	116

A.3	Integrácia do experimentu ALICE.	118
A.3.1	“Guľová komora”	119
A.3.2	Dipólová komora.	121
A.4	Korekcie.	123
B	Extrakcia počtu rezonancií pomocou metódy miešania udalostí.	126
B.1	Reprodukcia čistého pozadia.	128
B.1.1	Vplyv zákona zachovania energie.	128
B.1.2	Výber selekčného kritéria.	129
B.2	Prípad spektra, v ktorom je prítomná rezonancia.	132
B.2.1	Normalizácia spektier.	133
B.2.2	Tvar odčítaného rozdelenia a určenie počtu vyprodukovaných rezonancií.	138

Kapitola 1

Úvod a ciele dizertačnej práce.

Fyzika vysokých energií zaznamenala v posledných desaťročiach búrlivý rozvoj. V prvej polovici sedemdesiatych rokov došlo k sformovaniu Štandardného modelu interakcií častíc, ktorý v sebe zahŕňa teóriu elektroslabých interakcií a teóriu silných interakcií (kvantovú chromodynamiku). Pod vplyvom tohoto zásadného kroku sa všetky aktivity v časticovej fyzike rozčlenili do niekoľkých skupín. Jednou skupinou je previerka Štandardného modelu. Najprv sa experimentálne určia voľné parametre modelu, ktorý tak získa prediktívnu schopnosť a jeho predpovede je možné porovnať s ďalšími meraniami. Druhou skupinou aktivít je hľadanie nových fyzikálnych javov mimo štandardného modelu a pokusy o jeho rozšírenie. Do tretej skupiny možno zaradiť experimentovanie v oblastiach, na ktoré sa síce štandardný model vzťahuje, avšak súčasné výpočtové schémy neumožňujú vyviesť detailné predpovede. Do tejto skupiny patrí napríklad skúmanie mäkkých hadrónových zrážok.

Prudký rozvoj fyziky vysokých energií by nebol možný bez rozvoja experimentálnych metód, zameraných na skúmanie elementárnych častíc. Experimentálna fyzika elementárnych častíc sa stala komplexnou oblasťou, ktorá v sebe spája silnú vedeckú motiváciu s technologickou, finančnou a odbornou náročnosťou. Na typickom experimente v tejto oblasti pracujú stovky špecializovaných expertov. Príkladom by mohol byť experiment *Na49* v Európskom centre jadrových výskumov (*CERN*) pri Ženeve. Tento experiment je zameraný na štúdium zrážok hadrón–hadrón, hadrón–jadro a jadro–jadro a jeho podstatnou časťou sú štyri veľkoobjemové Časovo–projekčné komory (*TPC*), plynové polohovcitlivé detektory, ktoré vykonávajú treking a identifikáciu nabitých častíc.

Také komplexné zariadenia, ako sú *TPC* v experimente *Na49* je potrebné dokonale zvládnuť, porozumieť ich činnosti a správne ich nakali-

brovať. Cieľom mojej práce bolo vyvinúť balík simulačných programov, detailne, mikroskopicky popisujúcich činnosť *TPC*, podľa možnosti z prvých princípov, bez použitia voľných parametrov. Takýto balík programov je potrebný pre správne prevádzkovanie detektora. Napríklad mnohé kalibrácie je možné vykonávať priamo na základe výsledku simulácie, v niektorých prípadoch simulácia aspoň stanoví oblasť rozumných hodnôt kalibračných konštánt a slúži ako kontrola toho, či tieto nie sú nastavené úplne nezmyselne.

Ďalším cieľom práce bolo pomocou tohoto balíka programov preštudovať fyzikálne efekty, ovplyvňujúce pracovné parametre komory. Dôkladná znalosť takýchto parametrov má veľký význam pre zlepšenie existujúceho experimentálneho zariadenia a plánovanie nových experimentov v ktorých by sa mala použiť *TPC* (napríklad *ALICE*, *STAR* ...).

Mojim tretím cieľom bolo preniesť vedomosti o činnosti Časovo-projekčných komôr v experimente *Na49* do oblasti spracovania dát a získavania fyzikálne zaujímavej informácie.

V prvej časti svojej práce popisujem základné fyzikálne procesy, na ktorých je založená detekcia nabitých častíc v plynových detektoroch. Jadrom práce je druhá časť, v ktorej som sa venoval štúdiu pracovných parametrov *TPC*. Popisujem štruktúru simulačného programu *padres* a základné faktory, ovplyvňujúce rozlíšenie, šírku klastra a straty náboja v *TPC*. Predpovedané rozlíšenie a veľkosť klastra porovnávam s hodnotami, pozorovanými v experimente.

Aj keď je základná štruktúra *TPC* už dlhšiu dobu zafixovaná, podľa môjho názoru ešte zďaleka nedošlo k vyčerpaniu všetkých možností. Preto som sa pokúsil o návrh „futuristickej“ komory, ktorá by mohla pracovať v budúcich experimentoch na protibežných zväzkoch. Pre zaujímavosť je tento návrh, optimalizovaný pre potreby experimentu *ALICE* uvedený v Dodatku (A).

V tretej časti som sa pokúsil preniesť svoje znalosti práce Časovo-projekčných komôr do oblasti spracovania dát. Vybral som si baryónovú spektroskopiu, pretože táto oblasť je zaujímavá z teoretického hľadiska (rôzne modely, popisujúce mnohočasticovú produkciu sa líšia v tom, aké účinné prierezy pre produkciu rezonancií predpovedajú) a umožňuje mi využiť väčšinu z kladov experimentálneho zariadenia *Na49*. Mám možnosť ťažiť z výborného hybnostného rozlíšenia, dobrej akceptancie a možnosti identifikovať nabitú časticu. Určil som účinný prierez rezonancie Δ^{++} v zrážkach *pp*. Táto rezonancia je zaujímavá tým, že je pre ňu ťažké izolovať signál od pozadia. Preto som sa podrobne zaoberal odhadom pozadia pomocou metódy miešania udalostí, ktorú bude s najväčšou pravdepodobnosťou možné použiť aj na

vyhľadávanie ťažších rezonancií. Moje závery, týkajúce sa metódy miešania udalostí sú uvedené v Dodatku (B).

Časť I

Princípy činnosti plynových detektorov.

Kapitola 2

Plynové detektory v súčasnej fyzike vysokých energií.

Prudký rozvoj fyziky vysokých energií, ktorý v súčasnosti prebieha by nebol možný bez rozvoja detekčných metód. Experimenty, ktoré majú za cieľ potvrdiť, prípadne vyvrátiť teoretické predstavy sú čoraz komplexnejšie a zložitejšie a kladú sa na ne čoraz prísnejšie nároky.

Detekcia elementárnych častíc sa rozdelila na dve hlavné oblasti – meranie energie častíc a meranie ich polôh. Plynové detektory sa používajú takmer výlučne ako polohovo – citlivé detektory, pretože hustota ich pracovného média – plynu je príliš malá na to, aby v nich bolo možné zabrzdiť časticu.¹

Veľký rozvoj plynových detektorov nastal v sedemdesiatych rokoch vďaka práci G.Charpaka a jeho spolupracovníkov, ktorí zobecnili princíp činnosti proporcionálneho počítača a navrhli niekoľko nových typov plynových detektorov (napríklad mnohovláknový proporcionálny počítač MWPC, driftová komora ...). Tieto detektory a ich početné deriváty sa čoskoro stali jednými z najrozšírenejších detektorov vo fyzike elementárnych častíc. K výhodám patrí možnosť elektronického zberu a spracovania signálov (čo je v dnešnej počítačovej dobe výrazné plus), relatívne veľká rýchlosť (dĺžka trvania signálu je rádovo 100 ns, driftová doba závisí od veľkosti detektora) a možnosť zostrojiť v prípade potreby zariadenia s veľkým aktívnym objemom (desiatky m^3).

¹Samozrejme, existujú aj isté výnimky. Jedna z možností ako obísť prirodzené limitácie plynových kalorimetrov je použiť plyn len ako aktívne médium, ktoré sa stieda s hustým pasívnym médium. Tento nápad sa použil pri vývoji plynového elektromagnetického kalorimetra *HPC* v experimente *DELPHI*. Iný zaujímavý nápad sa objavil v prácach [28],[29]. Plynový kalorimeter sa v tomto prípade skladá z trubíc, naplnených plynom pod veľkým tlakom. Výhodou tohoto typu kalorimetra by mala byť dobrá radiačná odolnosť.

(Detailnejšia diskusia je v [31, 57, 32, 46, 38].)

V ďalšom vývoji došlo k vyčleneniu dvoch hlavných vývojových smerov. Na jednej strane sa rozvíjajú rýchle, na veľmi presné merania polohy zamerané zariadenia, ktoré by si mali nájsť uplatnenie v experimentoch s protibežnými zväzkami pre identifikáciu rozpadov krátko žijúcich častíc (vyhľadávaním sekundárnych vertexov). V súčasnosti sa pracuje na niekoľkých koncepciách, napríklad plynové mikrostripové detektory (MSGC), mikrogapové komory (MGC), mikro-dot komory (MDC), k novším patrí napríklad Charpakom a Giometarisom navrhovaný MICROMEGAS (čo je vlastne o krok ďalej posunutý nápad z parallel-plate chambers) alebo Saulim navrhnutý plynový elektrónový zosilňovač (GEM). (Peknú diskusiu je možné nájsť v [11, 42].)

Na druhej strane sa rozvíjajú plynové detektory používané na tracking častíc. Cieľom týchto detektorov je odmerať polomer krivosti dráhy častíc v magnetickom poli, keďže z polomeru krivosti sa dá vypočítať hybnosť. Pozorované častice sú veľmi energetické a v praxi je problém vytvoriť magnetické polia rádovo silnejšie ako 1 T vo veľkom objeme, preto sú detektory používané na tracking pomerne veľké. (Polomer krivosti dráhy častice s hybnosťou $1\text{ GeV}/c$ v poli s indukciou 1 T je približne 3.3 m , typický rozmer je teda rádovo niekoľko metrov.)

Väčšina experimentov vo fyzike elementárnych častíc, postavených od sedemdesiatych rokov dodnes používa na tracking veľkoobjemové plynové detektory. Navrhnutých bolo viacero typov takýchto detektorov, k najúspešnejším patria časovo-expanzná komora (time expansion chamber), trysková komora (jet chamber) a hlavne časovo-projekčná komora (time projection chamber, TPC), ktorá v posledných rokoch očividne dominuje. Najnovšie našli časovo-projekčné komory uplatnenie v náročnom prostredí experimentov, skúmajúcich zrážky relativistických ťažkých iónov (napríklad experiment *NA49*, postavený na *CERN*ovskom urýchľovači *SPS*, alebo plánovaný experiment *ALICE* na urýchľovači *LHC* o ktorých bude reč ďalej).

Plynové trekovacie detektory väčšinou umožňujú okrem merania hybnosti častíc aj ich identifikáciu pomocou merania merných ionizačných strát. Merné ionizačné straty závisia len od rýchlosti častice a keď poznáme súčasne rýchlosť a hybnosť častice, môžeme vypočítať jej hmotnosť.

Tak ako sa komplikujú experimenty a rastú nároky kladené na jednotlivé detektory, zvyšuje sa záujem o štúdium prirodzených ohraničení ich činnosti, ktoré určujú prebiehajúce fyzikálne procesy. Moderné detektory obvykle pracujú blízko k prirodzeným limitom. Čoraz väčšia pozornosť sa zameriava na dôkladnú optimalizáciu detektorov s prihliadnutím na požiadavky toho-ktorého experimentu. Pri návrhu nových experimentov výrazne pomáhajú

počítačové simulácie, ktoré vytvorili novú, rýchlo sa rozvíjajúcu vetvu detektorovej fyziky.

Kapitola 3

Základné fyzikálne procesy v polohovocitlivých plynových detektoroch.

3.1 Interakcia nabitých častíc s látkou.

Nabitá častica pri prechode cez látkové prostredie interaguje viacerými mechanizmami. Svoju úlohu hrajú všetky typy interakcií, to, ktorá interakcia hrá rozhodujúcu úlohu je dané konkrétnymi podmienkami. V prípade, ktorému sa budeme venovať (plynové detektory ionizujúceho žiarenia), je množstvo látky, cez ktoré častica prechádza malé a rozhodujúcu úlohu zohráva elektro-magnetická interakcia. Za stratu energie interagujúcej častice sú zodpovedné prakticky len nepružné zrážky s elektrónmi látky. Častica dodáva prostredníctvom svojho elektro-magnetického poľa energiu elektrónom látky, sama sa brzdí a atómy v oblasti, ktorou prelietava, zostávajú ionizované alebo excitované.

Vzťah pre stredné ionizačné straty odvodil ako prvý Niels Bohr (klasicky, viď [59, 46]). Kvantovo-mechanický výpočet previedli Bethe a Bloch. Ich výsledok môže byť zapísaný v nasledujúcej forme ([47]),

$$-\frac{dE}{dx} = K z^2 \frac{Z}{A\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2mc^2 \beta^2 \gamma^2 T_{max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right] \quad (3.1)$$

kde

$$K = \frac{2\pi N_A \rho e^4}{mc^2}.$$

Tu N_A je Avogadrova konštanta, m a e sú hmotnosť a náboj elektrónu, Z, A a ρ protónové číslo, nukleónové číslo a hustota prostredia, I jeho efektívny

ionizačný potenciál, z je náboj a β rýchlosť častice (v jednotkách rýchlosti svetla).

Veličina T_{max} predstavuje maximálnu energiu odovzdateľnú elektrónu v jednej interakcii. Možno ju zapísať v tvare

$$T_{max} = \frac{2mc^2\beta^2\gamma^2}{1 + 2\gamma/M + (m/M)^2}.$$

Merné ionizačné straty nezávisia od hmotnosti, ale len od rýchlosti častice. Spočiatku je závislosť dE/dx od rýchlosti určená hlavne členom β^{-2} , v tejto oblasti klesajú stredné ionizačné straty s druhou mocninou rýchlosti častice. Veličina prechádza minimom pre $\beta \approx 0.97$, potom sa presadí logaritmický člen a dochádza k relativistickému nárastu.

Pri odvodení vzťahu (3.1) neboli zohľadnené efekty, ktoré vznikajú pri veľmi malých a veľmi veľkých rýchlostiach častíc. Pri veľkých rýchlostiach sa pozoruje nasýtenie ionizačných strát v dôsledku polarizačných efektov. Pri malých rýchlostiach prudko stúpa pravdepodobnosť, že si častica zachytí jeden alebo viacero z elektrónov látky, pričom sa jej efektívny náboj zmenší a stredné ionizačné straty klesajú.

Bethe–Blochov vzťah udáva strednú hodnotu ionizačných strát. Celé rozdelenie pravdepodobnosti pre ionizačné straty odvodil L.D.Landau. Jeho rozdelenie sa pre malé hodnoty ionizačných strát podobá na Gaussovo rozdelenie, v oblasti veľkých strát má však dlhý chvost [57]. Toto rozdelenie je limitným prípadom všeobecnejšieho, Vavilovovho rozdelenia.

3.2 Difúzia a drift elektrónov a iónov v plynch.

Na to, aby bolo možné registrovať ionizáciu, spôsobenú prechodom nabitých častíc je potrebné odvieť ju k elektródam, kde vzniká elektrický signál, ktorý sa ďalej spracováva. Preto je vo vnútri aktívneho objemu plynových detektorov elektrické pole, v ktorom vzniknutá ionizácia driftuje smerom k elektródam.

Elektróny majú v porovnaní s atómami plynu, v ktorom sa pohybujú veľmi malú hmotnosť. V priloženom elektrickom poli sa urýchľujú (v období medzi zrážkami) a zrážajú s atómami alebo molekulami plynu, pričom strácajú časť svojej energie. Keď celý proces ustredníme v čase, pozorujeme, že elektrón sa pohybuje s konštantnou driftovou rýchlosťou v smere elektrického

poľa.¹ Driftovú rýchlosť môžeme potom zapísať v tvare [52],

$$\vec{u}_d = -\frac{e\vec{E}}{m\nu_m} \quad (3.2)$$

kde e je veľkosť náboja elektrónu, m jeho hmotnosť, ν_m stredná zrážková frekvencia a $\vec{E}$ intenzita naloženého elektrického poľa. Výraz, ktorý stojí na pravej strane pred intenzitou elektrického poľa sa nazýva pohyblivosť elektrónu.

$$\mu = \frac{e}{m\nu_m} \quad (3.3)$$

Ak je pohyblivosť konštantná, závisí driftová rýchlosť priamo úmerne od intenzity elektrického poľa. Toto je však pre elektróny pravda len pre slabé polia, v iných prípadoch (týka sa to prakticky všetkých polí, ktoré sa používajú v plynových detektoroch) s rastúcou intenzitou elektrického poľa pomerne rýchlo rastie stredná energia elektrónov a tým pádom sa mení ν_m .

Pre kladné ióny situácia vyzerá veľmi podobne. Rozdiel je v tom, že ich hmotnosť je oveľa väčšia, než hmotnosť elektrónov, je porovnateľná s hmotnosťou atómov plynu, v ktorom driftujú. Preto je stredná zrážková frekvencia pre ióny nezávislá od intenzity priloženého poľa (pre všetky rozumné veľkosti intenzity, ktoré sa zvyknú vyskytovať v plynových detektoroch) a pohyblivosť je konštantná.

Keďže sú driftujúce elektróny a ióny rozptyľované na atómoch alebo molekulách plynu, ich rýchlosť sa vďaka náhodnému charakteru tohoto rozptylu líši od strednej hodnoty. Toto je príčinou difúzie. Keď máme v istom počiatočnom okamihu dobre lokalizovaný oblak elektrónov a necháme ho driftovať v elektrickom poli, s postupom času sa tento oblak čoraz viac rozplýva. Difúziu môžeme popísať pomocou trojrozmerného Gaussovho rozdelenia so strednými kvadratickými odchýlkami,

$$\sigma_1 = \sigma_2 = D_T^P \sqrt{L}$$

$$\sigma_3 = D_L \sqrt{L}$$

kde D_T^P je projekcia konštanty priečnej difúzie, D_L je konštanta pozdĺžnej difúzie a L je dĺžka driftu.

3.3 Zosilnenie ionizácie.

Ako sme spomenuli v predchádzajúcich kapitolách, ionizácia, ktorú vytvorí častica detekovaného žiarenia driftuje smerom k elektródam detektora. Tu

¹Vlastne proti smeru poľa, pretože elektrón má záporný náboj.

sa zvyčajne nachádza oblasť silného elektrického poľa v ktorom sa ionizácia zosilňuje. Mechanizmus je nasledovný: Elektróny ² získavajú v silnom elektrickom poli energiu, ktorá postačuje na to, aby ďalej ionizovali neutrálne atómy. ³ Takto vznikajú ďalšie voľné elektróny (a samozrejme aj kladné ióny), ktoré tiež získavajú od elektrického poľa energiu, ktorá je postačujúca na to, aby ionizovali ďalšie neutrálne atómy. Výsledkom celého procesu je vznik elektrónovej lavíny v ktorej sa nachádza podstatne viac ionizácie ako vytvorila samotná častica (zvyčajne tisíc až desať tisíc krát).

Ionizačný proces, ku ktorému ochádza v dostatočne silnom elektrickom poli je možné charakterizovať pomocou prvého Townsendovho koeficientu α , definovaného vzťahom [57, 16, 52]

$$dN = \alpha N dx. \quad (3.4)$$

Tento koeficient udáva stredný počet elektrónov, ktoré vzniknú z jedného počiatočného elektrónu na dráhe dx . Rovnicu (3.4) môžeme chápať ako diferenciálnu rovnicu prvého rádu so separovateľnými premennými a môžeme nájsť jej formálne riešenie.

$$\frac{N}{N_0} = \exp \int_{x_1}^{x_2} \alpha(x) dx \quad (3.5)$$

Podiel počtu elektrónov, ktoré lavínu vyvolali k celkovému počtu elektrónov, ktoré boli zozbierané po prejdení určitej dráhy na elektróde sa nazýva zisk (gain), prípadne koeficient plynového zosilnenia.

Prvý Townsendov koeficient α prirodzene závisí od veľkosti intenzity elektrického poľa. Táto závislosť bola viac krát meraná pre rôzne plyny (viď napríklad [58]). Koeficient je spočiatku nulový, po prekročení prahovej hodnoty prudko rastie, dosahuje maximum a pri vysokých hodnotách intenzity elektrického poľa pomaly opäť klesá. V praxi sa používajú rozličné parametrizácie, tou najrozšírenejšou je:

$$\frac{\alpha}{p} = A e^{-B \frac{p}{E}} \quad (3.6)$$

kde p je tlak plynu v ktorom k dochádza k ionizácii. Ako výsledky merania sa uvádzajú hodnoty koeficientov A a B .

²Ióny nemajú pri hodnotách intenzity elektrického poľa, typických pre plynové detektory dostatočné energie

³Presnejšie povedané, rozdelenie elektrónov je také, že ich nezanedbateľná časť má energiu postačujúcu na ionizovanie neutrálnych atómov.

Ak poznáme intenzitu elektrického poľa v detektore ako funkciu polohy elektrónu, môžeme tento vzťah dosadiť do formuly (3.5) a previesť integráciu.

Koeficient α určuje strednú hodnotu ionizácie na určitej dráhe dx . Niekedy je potrebné poznať aj veľkosť fluktuácií okolo tejto strednej hodnoty. Keď je lavína vytvorená jedným elektrónom, je rozdelenie pravdepodobnosti pre počet vytvorených elektrónov blízke k exponenciálnemu a obyčajne sa zapisuje v tvare [51]

$$P(n) = \frac{1}{\bar{n}} e^{-\frac{n}{\bar{n}}} \quad (3.7)$$

kde $\bar{n}$ je stredný počet elektrónov vytvorených v procese zosilnenia.

V prípade prieletu nabitých častíc zvyčajne lavínu tvorí niekoľko elektrónov. V takom prípade, ak je počet elektrónov dostatočne veľký a jednotlivé jedno-elektrónové lavíny môžeme považovať za nezávislé sú fluktuácie celkového koeficientu zosilnenia v dôsledku centrálnej limitnej vety popísané Gaussovým rozdelením.

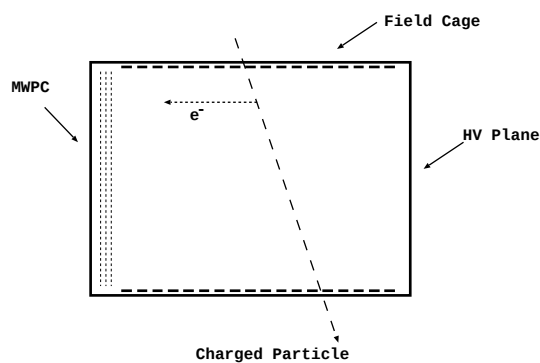
3.4 Tvorba signálu.

Každý voľný náboj, ktorý sa nachádza v priestore medzi elektródami na nich indukuje náboj. Ako sa voľný náboj pohybuje, menia sa indukované náboje na elektrodách a preteká nimi prúd. Keďže elektródy majú kapacitu a sú pripojené k zdrojom napätia alebo zemi prostredníctvom rezistorov, indukovaný prúd vytvára napäťový impulz, ktorý sa ďalej elektronicky spracováva a vyhodnocuje.

Ďalšie podrobnosti, týkajúce sa počítačovej simulácie procesov ionizácie plynu nabitými časticami, difúzie, driftu, plynového zosilnenia a vzniku elektrického signálu sú uvedené v kapitole (6).

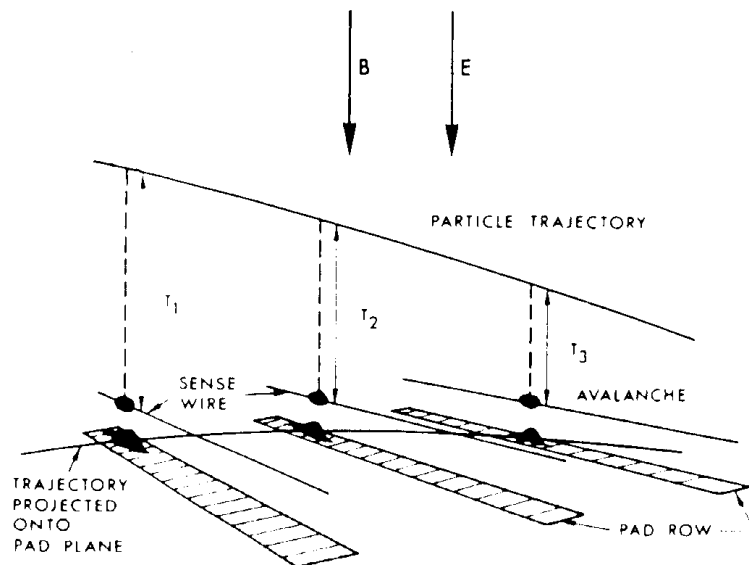
Kapitola 4

Princípy práce Časovo–projekčnej komory.



Obrázok 4.1: Základná štruktúra *TPC*. Vidíme driftový priestor, obsahujúci vysokonapäťovú elektródu (HV plane), obálku (Field Cage) a proporcionálne komory (MWPC).

Jedným z v súčasnosti najpopulárnejších a aj najrozšírenejších plynových trakovacích detektorov je Časovo–projekčná komora (Time Projection

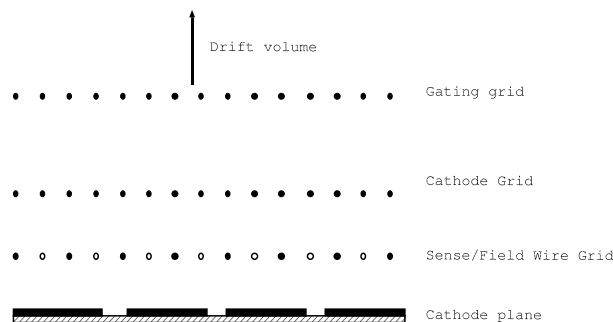


Obrázok 4.2: Zber náboja v *TPC*. Elektróny, vytvorené nabitou časticou (particle trajectory) sa zozbierajú na anódach (sense wire), vytvoria elektrónové lavíny (avalanche) a indukujú signál na radoch padov (pad row).

Chamber, *TPC*). Tento typ detektora je stále v centre pozornosti, pretože má byť použitý vo viacerých experimentoch, ktoré sú plánované do budúcnosti. K jeho hlavným kladom, ktoré spôsobili, že sa presadil patrí trojrozmerná informácia o meranej polohe (čo je veľmi výhodné pre rozpoznávanie stôp častíc v prostrediach s ich veľkou hustotou) vo veľkých aktívnych objemoch pri relatívne malom počte kanálov.

Časovo–projekčná komora sa skladá z dvoch hlavných častí, driftového priestoru a proporcionálnej komory (viď obrázok (4.1)). Driftový priestor predstavuje aktívny objem detektora. Je vyplnený pracovným plynom, na ktorý je naložené konštantné, homogénne elektrické pole, vytvorené sústavou pole–formujúcich elektród (na obrázku (4.1) na stranách driftového priestoru). Vo väčšine aplikácií je *TPC* časťou magnetického spektrometra, nachádza sa preto v magnetickom poli, ktoré je zvyčajne tiež homogénne a rovnobežné s elektrickým poľom¹. Ionizácia, vytvorená nabitou časticou driftuje v homogénnom elektrickom poli s konštantnou (alebo aspoň známou

¹Možnosti použitia *TPC* s nehomogénnym elektrickým poľom budú prediskutované v Dodatku (A).



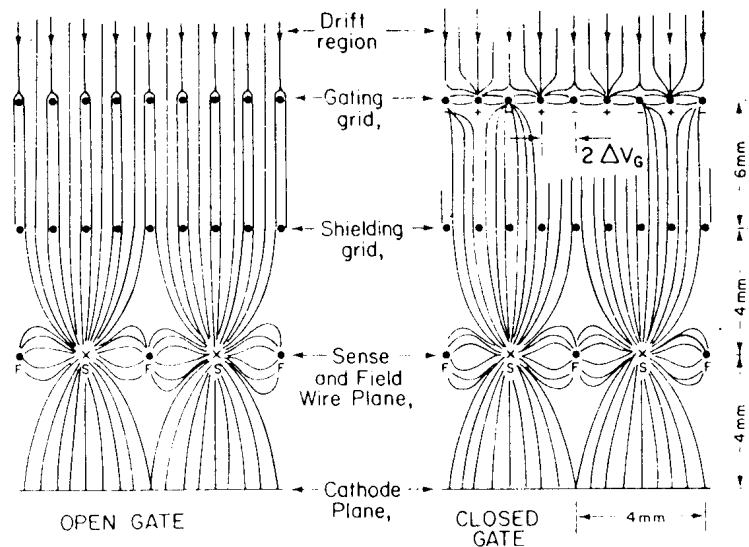
Obrázok 4.3: Poloha mriežok v proporcionálnych komorách. Nad rovinou padov (cathode plane) vidíme mriežku, skladajúcu sa z anódových a katódových vlákien (Sense-Field wire grid). Vyššie sa nachádza Frischova mriežka (Cathode Grid) a vrátovacia mriežka (Gating Grid).

a vypočítateľnou rýchlosťou) smerom k proporcionálnym komorám, kde sa registruje (obrázok (4.2)). Meria sa poloha, kam ionizácia dodriftuje (to sú dva rozmery) a doba driftu. TPC musí pracovať ako detektor s triggerom, ktorý udáva časový signál, od ktorého sa meria doba driftu.

Proporcionálne komory sa skladajú z roviny, na ktorej sú umiestnené rovinné, väčšinou obdĺžnikové alebo rovnobežníkové plôšky (pady), z ktorých sa zbiera signál. Nad padmi sa nachádza sústava mriežok (pozri obrázok (4.3)). Priamo nad rovinou padov sa nachádza mriežka, skladajúca sa z anódových a katódových drôtov. Na anódové drôty je privedené vysoké napätie (okolo 1000V), je na nich zozbieraná ionizácia a dochádza na nich k plynovému zosilneniu. V niektorých experimentoch, pracujúcich v prostredí s nízkymi hustotami častíc sa z anódových vlákien zbiera signál, ktorý sa využíva hlavne pri identifikácii. Katódové vlákna sú držané na nulovom potenciáli a ich cieľom je vylepšiť elektrické pole v proporcionálnej komore. Ak sa zbierajú signály z anód, majú aj úlohu vzájomne elektricky oddeľovať anódy tak, aby lavína na jednej anóde neindukovala signály na susedných.

Nad mriežkou, pozostávajúcou z anód a katód sa nachádza tzv. Frischova mriežka. Je držaná na nulovom potenciáli a jej cieľom je elektrostaticky oddeliť driftový priestor od proporcionálnych komôr.

Nad Frischovou mriežkou, vyššie v driftovom priestore sa nachádza ešte jedna mriežka, takzvaná vrátovacia mriežka. Táto mriežka umožňuje uzavrieť proporcionálnu komoru, čiže elektricky ju oddeliť od driftového priestoru tak, aby ionizácia z driftového priestoru nemohla vniknúť do proporcionálnej komory a naopak. Toto má dve výhody. Jednak je možné nepustiť elektróny do proporcionálneho priestoru vtedy, keď nie je trigger, čo znižuje záťaž propor-



Obrázok 4.4: Princíp vrátovania komory. Nad Frischovou mriežkou (Shielding grid) začína driftový priestor (Drift region). V ňom je umiestnená vrátovacia mriežka (Gating grid). Ak je vrátovacia mriežka otvorená, siločiar elektrického poľa cez ňu voľne prechádzajú (Open Gate), ak je uzavretá (Closed Gate), uzavierajú sa na nej.

cionálnych komôr, rýchlosť ich starnutia a pravdepodobnosť prierazov. Na druhej strane sú kladné ióny, vytvorené na anódach zachytené na vrátovacej mriežke a nevnikajú do driftového priestoru, kde by sa hromadili a mohli by narušiť homogenitu driftového poľa.

Keď je vrátovacia mriežka otvorená, je držaná na konštantnom potenciáli, ktorý zodpovedá jej vzdialenosti od Frischovej mriežky a veľkosti intenzity driftového poľa². Vtedy siločiar elektrického poľa voľne prechádzajú cez mriežku a len ich malá časť končí na drôtoch (obrázok (4.4) a)). Keď je potrebné mriežku uzavrieť, priloží sa na susedné drôty rozdiel potenciálov (na jednom drôte sa potenciál zvýši o ΔV , na susednom sa o ΔV zníži, na nasledujúcom opäť zvýši a tak ďalej). Ak je ΔV dostatočne veľké, siločiar elektrického poľa sa uzavru a ionizácia (elektróny aj ióny) je zozbieraná na mriežke (obrázok (4.4) b)).

²Ak je teda vzdialenosť medzi Frischovou mriežkou a vrátovacou mriežkou d a veľkosť intenzity elektrického poľa E , potenciál na otvorenej vrátovacej mriežke bude Ed .

Elektróny po dodriftovaní do proporcionálnych komôr vytvoria v okolí anódy lavínu. Elektrónová časť lavíny je rýchlo zozbieraná, na mieste zostanú len kladné ióny, ktoré pomaly driftujú smerom k Frischovej mriežke, pričom indukujú signál na rovine padov. Pady sú usporiadané do radov, jeden rad padov je základnou jednotkou štruktúry tejto roviny. Pady sú orientované tak, že ich dlhšia strana (ktorá má rádovo niekoľko *cm*) je zhruba kolmá na drôty, kratšia strana (ktorá má niekoľko *mm*) je s nimi rovnobežná. Častice sú nasmerované tak, aby ich dráhy boli približne kolmé na drôty, rovnobežné s dlhšou stranou padov. Rad je vytvorený z jednotlivých padov priložením ich dlhších častí k sebe. Tri súradnice, ktoré komora meria sú teda dĺžka driftu, súradnica pozdĺž stopy častice, ktorá je daná polohou radu padov ³ a tretia súradnica je meraná v smere radu padov, čiže pozdĺž vlákien.

Aby sa dosiahlo čo najlepšie rozlíšenie s čo možno najmenším počtom kanálov, získava sa driftová súradnica aj súradnica pozdĺž vlákien váhovaním. Ióny, driftujúce od anód vytvárajú na každom pade elektrický signál, ktorý je predzosilnený a vytvarovaný na tvar blízky ku Gaussiánu so σ rádovo 100 *ns*. Pomocou špeciálnej elektroniky je tento signál navzorkovaný s istou vzorkovacou frekvenciou (typická vzorkovacia frekvencia je 100 *ns*, čiže každých 100 *ns* sa odmeria okamžitá amplitúda signálu⁴). Po navzorkovaní získame pre každý rad padov dvojrozmernú tabuľku amplitúd signálov $Q_{i,j}$, kde i je číslo časovej vzorky a j je číslo padu v rade. Špecializovaný program, zvaný cluster finder dokáže z takejto tabuľky izolovať tie čísla $Q_{i,j}$, ktoré zodpovedajú užitočnému signálu (odrezať šumy a odlíšiť rôzne častice), potom spočíta projekcie na smer radu padov a na smer driftu. Z týchto projekcií sa potom metódou váženého priemeru vypočítajú obidve súradnice.

Cluster finder ďalej zosumuje jednotlivé signály, ktoré patria k zásahu jednou časticou a tak sa získa celkový náboj klastra. Tento sa ďalej používa pri identifikácii, pretože je úmerný energetickým stratám častice. Programové vybavenie, ktoré nasleduje po klaster finderi musí vykonať všetky potrebné korekcie, ktoré zoberú do úvahy závislosti na dĺžke driftu, uhle nalietavajúcej častice, teplote, tlaku a ďalších faktoroch.

³Táto súradnica je meraná najmenej presne, keďže rozlíšenie je určené len dĺžkou padov. Nevadí to však, pretože je to smer letu častíc.

⁴Jedna častica teda zanechá približne tri vzorky, čo postačuje na určenie polohy miesta preletu a aj na odmeranie celkovej ionizácie.

Kapitola 5

Experiment Na49.

5.1 Úvod.

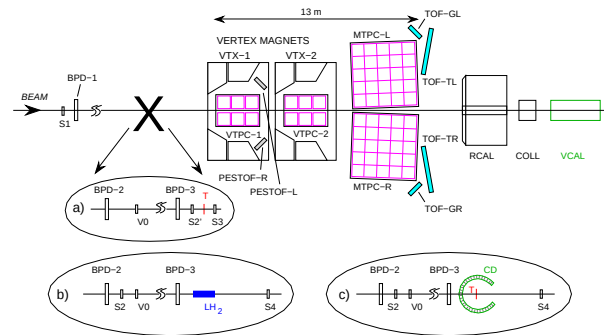
Experiment Na49 [2],[56] je experiment s pevným terčom, postavený na urýchľovači *SPS* v Európskom centre jadrových výskumov *CERN* pri Ženeve. Jeho cieľom je štúdium hadrónových zrážok. Umožňuje študovať pestrú paletu interakcií, od najjednoduchších hadrón–nukleónových zrážok (pp , πp , ...) cez zrážky hadrón–jadro až po zrážky ťažkých iónov (napríklad $PbPb$). Experiment sa zameriava na štúdium produkovaných hadrónov. K jeho výrazným prednostiam patria veľká akceptancia, možnosť kontroly centrality zrážok a schopnosť identifikovať častice vo väčšine fázového priestoru.

Experiment Na49 je magnetický spektrometer, ktorý meria hybnosť nabitých častíc pomocou polomeru zakrivenia ich dráh v magnetickom poli. Jeho základnou súčasťou sú štyri veľkoobjemové TPC (viď obrázok (5.1)). Dve menšie (VTPC1 a VTPC2, vertexové komory) sa nachádzajú v magnetickom poli dvoch supravodivých dipólových magnetov ($B = 1.5\text{ T}$), dve väčšie (MTPC, hlavné TPC) sa nachádzajú mimo magnetického poľa. Tieto komory vykonávajú jednak tracking, ale aj identifikáciu nabitých častíc pomocou merania mernej ionizácie.

V oblasti minimálnej ionizácie ($\beta\gamma \approx 3$) je identifikácia posilnená niekoľkými detektormi, merajúcimi čas preletu (TOF)[56]. Tieto detektory taktiež posilňujú identifikáciu kaónov. Detektory, označené na obrázku ako $TOF - TL$ a $TOF - TR$ sú pixlové scintilačné detektory, ktoré pokrývajú rozsah hybností $3 - 12\text{ GeV}/c$. Ako $TOF - GL$ a $TOF - GR$ sú označené mriežkové scintilačné detektory (Grid Scintillator System), ktoré sú určené na detekciu častíc s hybnosťami v rozsahu $2 - 6\text{ GeV}/c$. Detektory označené ako $PesTOF$ sú určené na zlepšenie identifikácie častíc s hybnosťami menší-

mi ako $2\text{ GeV}/c$ (čiže v zadnej hemisfére v *CMS*), ktoré sú zaujímavé najmä pre štúdium interakcií hadrón-jadro (štúdium fragmentácie jadra). Sú to iskrové komory s úzkou štrbinou ($\approx 100\text{ }\mu\text{m}$), pracujúce so štvorkomponentnou zmesou plynov (*Ar/Isobutan/Ethylen/Butadien*). Tento perspektívny typ detektora je ešte stále v procese vývoja.

Experiment Na49 obsahuje ešte dva hadrónové kalorimetre, Ring Calorimeter a Veto Calorimeter, ktoré sa používajú na triggerovanie pri zrážkach jadro-jadro a sústavu detektorov, kontrolujúcich polohu zväzku (*BPDs*) a to, či v terčíku došlo k interakcii (*S1 – S4, Centrality Detector*).



Obrázok 5.1: Experiment Na49. Na obrázku vidieť dva supravodivé magnety (Vertex Magnets), štyri Časovo-projekčné komory (VTX1,2, MTPC-L,R), systém detektorov, merajúcich čas preletu (TOF, PESTOF) a sústavu kalorimetrov (RCAL, VCAL).

5.2 Akceptancia, trigger a určovanie centrality.

Experiment využíva prednosti geometrie experimentov s pevným terčíkom. Keďže stredný uhol, pod ktorým sú emitované častice (vzhľadom na os zväzku) je okolo 100 mrad , produkty sú sústredené v úzkom kuželi smerujúcom dopredu. Takáto geometria je výhodná pre tracking pomocou TPC, keďže väčšina častíc pretína komory kolmo na elektrické a magnetické pole. Experiment umožňuje vykonávať tracking približne 80% nabitých častíc, produkovaných pri hadrónovej zrážke pri energii zväzku $158\text{ GeV}/c$ (čo je štandardná energia *SPS*). Straty častíc sú sústredené najmä v zadnej hemisfére, kde nie je možné registrovať častice pod $y = -1$ (v *CMS* rapidite) a v extrémne doprednej oblasti s longitudinálnymi hybnosťami väčšími ako

80 GeV/c , čo zodpovedá $x_f(x)$ Feynmanovské) približne 0.5 – 0.6. Ďalšie straty sú spôsobené štrbinou medzi komorami, cez ktorú prechádza zväzok a sú viditeľné pre častice s veľkou transversálnou hybnosťou, ktoré smerujú nahor alebo nadol.

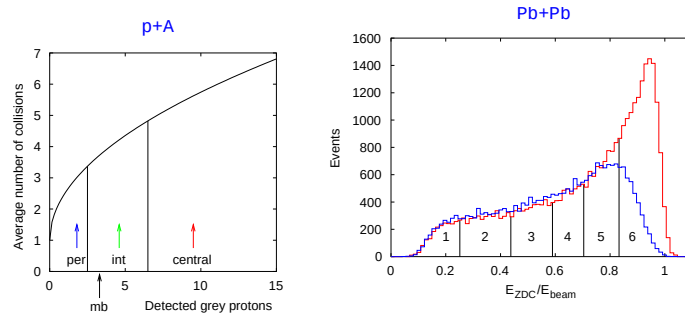
To, aký terčik sa používa, závisí od typu interakcie, ktorá sa študuje. V prípade zrážok hadrón–nukleón je terčom nádoba s tekutým vodíkom (na obrázku (5.1)b). Ako trigger slúžia v antikoincidenzii zapojené scintilačné detektory $S2$ a $S4$, to znamená, že detektor sa uvedie do chodu, ak je častica zväzku zaregistrovaná v detektore $S2$ a nie je zaregistrovaná v $S4$, čo znamená, že medzičasom došlo k interakcii. Takýto trigger vylučuje interakcie, pri ktorých sa nalietajúci hadrón len málo odchyľuje od svojho pôvodného smeru (a teda trafi $S4$). Simulácie ukazujú, že sa stráca 80% účinného prierezu pre pružný rozptyl a 50% účinného prierezu pre difrakciu.

Pre zrážky protón–protón a jadro–jadro umožňuje experiment kontrolovať centralitu, teda zrážkový parameter interakcie. Zrážkový parameter nie je možné merať priamo, preto sa používajú ine, experimentálne merateľné veličiny, ktoré sú s ním v jednoznačnom vzťahu. Pre zrážky jadro–jadro je takýmto parametrom počet participujúcich nukleónov, čiže počet nukleónov, ktoré sa podieľali na zrážke. Na kontrolu centrality zrážok protón–jadro používa experiment informáciu o počte pomalých, „šedých protónov“, vyprodukovaných v zrážke.

V prípade zrážok jadro–jadro (na obrázku (5.1)a) sa na triggerovanie používa informácia o energii pozorovanej v doprednom kalorimetri $VCAL$. Čím je väčšia centralita zrážky, tým menej energie sa pozoruje v kalorimetri, podľa jej veľkosti je možné rozdeliť interakcie do niekoľkých intervalov v centralite. (Je to možné vidieť na obrázku (5.2) b, kde je zobrazené energetické spektrum z $VCAL$ spolu s definíciou jednotlivých binov.) Počet participujúcich nukleónov pre každý bin v centralite sa získava z dát. Používa sa pri tom zákon zachovania baryónového náboja a predpoklad, že každý interagujúci protón je viditeľný v aktívnom objeme detektora. Počet participujúcich nukleónov je možné vypočítať pomocou izospinovej invariantnosti (tak môžeme odhadnúť počet neutrónov) a zákona zachovania podivnosti (z rozdielu $K^+ - K^-$ je možné vypočítať počet vyprodukovaných podivných hyperónov).

V prípade zrážok hadrón–jadro sa ako trigger používa Detektor Centrality (obrázok (5.1)c). Je to plynový multielementný proporcionálny detektor, ktorého úlohou je registrovať počet vyprodukovaných šedých protónov (grey protons), ktorý je korelovaný s centralitou zrážky. Šedé protóny majú v laboratórnej sústave hybnosť v intervale 0.15 až 1 GeV/c . Protóny s menšou hybnosťou nie sú v detektore registrované, pretože detektor je pokrytý ten-

kou medenou fóliou a ich dobeh v medi nie je dostatočný na to, aby prenikli do aktívneho objemu. Protóny s hybnosťou väčšou ako $1 \text{ GeV}/c$ sú vylúčené pomocou diskriminátora (minimálne ionizujúci protón má asi 3 GeV). Ako triggerovaciu podmienku je možné žiadať istý počet šedých protónov zaregistrovaných v Detektore Centrality (viď obrázok (5.2) a). Počet zrážok v každom zvolenom intervale bol odhadnutý pomocou simulácie (model *VENUS* so zohľadnením geometrie Detektora Centrality).



Obrázok 5.2: Určovanie centrality v Na49 pre pA a AA . V ľavej časti obrázku je vidieť vzťah medzi vyprodukovaným počtom šedých protónov (horizontálna os) a stredným počtom zrážok, ktoré podstúpi nalietaťavajúci protón. Tento vzťah bol predpovedaný modelom *VENUS*. Napravo vidieť spektrum z dopredného kalorimetra *VCAL*, rozdelené na používané intervaly v centralite. Každý interval je charakterizovaný pomocou stredného počtu participujúcich nukleónov.

5.3 TPC-plyn a monitorovanie.

Najväčší problém pre experiment pracujúci s TPC predstavujú zrážky ťažkých iónov, v ktorých sa produkujú obrovské množstvá častíc (v centrálnych zrážkach olovo–oloivo pri *SPS* energiách niekoľko tisíc), čo spôsobuje ich veľké hustoty (v Na49 dosahujú extrémne hustoty $0.61/cm^2$). Preto je potrebné, aby mali komory veľmi dobré priestorové rozlíšenie a hlavne dobrú schopnosť rozlíšiť dve stopy častíc.

Kľúčovým parametrom, určujúcim schopnosť komory rozlíšiť dve stopy je difúzia v pracovnom plyne. Po detailnom štúdiu vlastností rôznych plynových zmesí [20, 21, 22] boli navrhnuté pomalé, studené plyny, zmiešané z inertného plynu a prímiesi CO_2 . Pre vertexové komory bola vybratá zmes $Ne+CO_2(90 :$

10) ¹, pre MTPC trojzložková zmes $Ar + CH_4 + CO_2(90 : 5 : 5)$. Driftové pole bolo nastavené na 200 V/cm . Pri takomto elektrickom poli sú difúzne koeficienty a driftové rýchlosti $\sigma_L = \sigma_T = 220 \text{ } \mu\text{m}/\sqrt{\text{cm}}$, $v_d = 1.4 \text{ cm}/\mu\text{s}$ pre VTPC a $\sigma_L = \sigma_T = 270 \text{ } \mu\text{m}/\sqrt{\text{cm}}$ a $v_d = 2.4 \text{ cm}/\mu\text{s}$ pre MTPC [56].

Podľa zákona zachovania počtu problémov v prírode to, čo človek získa na malej difúzii, stratí na stabilite plynu. Komplikácia je, že spomínané plyny sú pri pracovných intenzitách v nesaturovanom stave a driftová rýchlosť je silno závislá od E/N . Preto je potrebné neustále kontrolovať veľkosť driftovej rýchlosti a jej závislosť od tlaku a teploty. Okrem toho je potrebné neustále kontrolovať presnosť miešania zmesi a to kvôli driftovej rýchlosti aj kvôli koeficientu plynového zosilnenia.

Ďalší problém je spojený so zachytávaním elektrónov neutrálnymi elektronegatívnymi atómami (electron attachment). V plynových zmesiach, obsahujúcich CO_2 sa pravdepodobnosť elektrónového záchyty prudko zvyšuje už pri stopových množstvách O_2 alebo H_2O . Zachytený elektrón vytvorí spolu s atómom záporný ión, ktorý má podstatne menšiu driftovú rýchlosť a tým pádom je z elektrónového oblaku vylúčený. Toto môže ovplyvniť identifikáciu častíc a spôsobiť neprijemné závislosti od dĺžky driftu (a veru aj spôsobuje). Preto je potrebné permanentne kontrolovať prítomnosť O_2 a H_2O v plynovej náplni a čistiť používané plyny pomocou špeciálnych filtrov (aktívne filtre obsahujúce granulky Cu).

5.4 Proporcionálne komory.

Readout TPC komôr v experimente Na49 sa skladá z 62 proporcionálnych blokov (6 blokov pre každú VTPC, 25 blokov na jednu MTPC). Proportionálne bloky majú klasickú štruktúru, ktorá je popísaná v predchádzajúcej kapitole. Signál sa zbiera z rovinných padov, nad nimi sa nachádza mriežka, skladajúca sa z anódových a katódových vlákien. Nad ňou sa nachádza Frischova mriežka a vrátovacia mriežka. Parametre jednotlivých proporcionálnych komôr sú popísané v tabuľke 5.4.

¹Neón má menší počet vytvorených elektrón–iónových párov na centimeter dráhy častice, približne polovičný v porovnaní s Argónom, preto sú menšie problémy s akumuláciou priestorového náboja v objeme detektora.

rozмеры(mm)	VTPC1	VTPC2	MTPC L,R	materiál
šírka	2000	2000	3900	
dĺžka	2500	2500	3900	
výška	980	980	1800	
dĺžka driftu	666	666	1117	
dĺžka padu	16,28	28	40	
šírka padu	3.5	3.5	3.6,5.5	
uhol náklonu	12-55 deg	3-20 deg	0,15 deg	
vzd. pad/anoda	3	2	2,4	
priemer anód	0.02	0.02	0.02	W-Be (pozlátené)
vzd. anód	4	4	4	
priemer katód	0.125	0.125	0.125	Cu-Be (pozlátené)
vzd. katód	4	4	4	
Frisch-priemer drôtu	0.075	0.075	0.075	Cu-Be
Frisch-vzd. drôtov	1	1	1	
Vrát. -priemer drôtu	0.075	0.075	0.075	Cu-Be
Vrát. -vzd. drôtov	1	1	2	

Proporcionálne komory majú niekoľko zvláštností. Na určenie polohy častice aj na identifikáciu sa používa len informácia z padov, čo je bohužiaľ nevyhnutné pri veľkých hustotách častíc. Medzery medzi anódovými vláknami a padmi sú malé ($2 - 3 \text{ mm}$), čo vedie k úzkej odozvovej funkcii padu (pad response function, *PRF*). Aby bola *PRF* dobre navzorkovaná, bolo potrebné použiť aj úzke pady (približne 3 mm), čo zase vedie k veľmi veľkej hustote kanálov (okolo 4000 kanálov na jeden modul).

Koeficient plynového zosilnenia v proporcionálnych moduloch je určený dvoma požiadavkami. Na jednej strane musí byť čo možno najmenší, aby sa znížila pravdepodobnosť prerazu komôr a ich starnutia (ageing). Na druhej strane musí byť odstup medzi signálom a šumom dostatočný na efektívnu identifikáciu. Po starostlivej optimalizácii bol koeficient plynového zosilnenia v *MTPC* nastavený na približne 5×10^3 a v *VTPC* na 2×10^4 (kvôli kratším padom).

Experiment Na49 má veľmi jednoduchú geometriu, dráhy častíc sú väčšinou prakticky rovnobežné, pričom magnetické pole separuje v smere osi x (pozdĺž drôtov) stopy častíc s rôznymi hybnosťami. Priestorové rozlíšenie *TPC* sa prudko zhoršuje, keď častica neletí kolmo na drôty a pozdĺž padov. S drôtmi je ťažké niečo spraviť, pady je však možné v jednoduchej geometrii nakloniť v smere najpravdepodobnejších dráh častíc. Preto majú pady vo všetkých štyroch komorách rovnobežníkovitý tvar, pričom uhol ná-

klonu padov je volený tak, aby bol optimálny pre častice s nulovou priečnou hybnosťou. [7]

5.5 Elektronika.

Celková štruktúra elektroniky, použitej v experimente Na49 je dosť zložitá, čo je dané jednak komplexným tvarom signálu, ktorý sa spracováva a druhak potrebou analógového spracovania signálov, pretože veľkosť signálu sa používa na identifikáciu a jeho tvar na určovanie polohy.

Elektronika experimentu je podrobne popísaná v článku [15]. Frond-end elektronika je zoskupená do kárt s 32 kanálmi, ktoré sú umiestnené priamo na proporcionálnych moduloch. Signál je najprv zosilnený v predzosilňovači (koeficient zosilnenia je 50 mV/fC a potom tvarovaný v tvarovači (shaper) na tvar blízky Gaussiánu. V ďalšom kroku je signál navzorkovaný, pričom čas medzi dvomi vzorkami je nastavený na 100 ns . Jednotlivé vzorky sú uchovávané v *SCA* obvode (Switched Capacitor Array), ktorý si môžeme predstaviť ako 512 kondenzátorov, ktoré uchovávajú veľkosť signálu v každom vzorkovacom čase. Po čítacom cykle, ktorý trvá $50 \mu\text{s}$ sú uchované náboje prenesené do analógovo-digitálneho konvertora (ADC) s 9 bitovým rozsahom.

Zdigitalizované dáta sú zmultiplexované a posielané do kontrolnej miestnosti, kde sú dáta dospracované, vypočítajú sa piedestály, prevedie sa odčítanie prahov (zero supression) a výsledné dáta sú uložené na pásku.

Keďže TPC je zariadenie citlivé na teplotu (teplotná stabilizácia musí byť lepšia ako 0.1°C), je potrebné elektroniku chladiť. Na tento účel slúži systém vodného chladenia, ktorý pracuje pri nižšom tlaku, ako je atmosférický, aby sa zabránilo úniku vody do priestoru TPC.

5.6 Tracking a rozlíšenie.

Tracking sa v experimente Na49 vykonáva v niekoľkých krokoch.

1. *Vyhľadávanie klasterov.* Programové vybavenie najprv vyhľadáva dvojrozmerné klastre z dvojrozmernej tabuľky, ktorá sa skladá z veľkostí signálov na rade padov v rôznych časových vzorkách. Poloha každého klastra v smere drôtov aj v smere driftu je nájdená ako poloha ťažiska z rozdelenia náboja (projekcií na jednotlivé osi). Faktory, ktoré ovplyvňujú priestorové rozlíšenie sú podrobne prediskutované v jednej z nasledujúcich kapitol.

Celkové rozlíšenie závisí nelineárnym spôsobom od dĺžky driftu (podľa elementárnej teórie by mala σ^2 závisieť priamo úmerne od dĺžky driftu), v blízkosti proporcionálnych komôr je približne $120 \mu m$ a rastie až po $270 \mu m$ pri maximálnej dĺžke driftu (údaje pre MTPC). Tento efekt je podrobne vysvetlený v kapitole (8).

2. *Spájanie klastrov do lokálnych stôp častíc.* Dráhy častíc sú najprv vyhľadávané v jednotlivých komorách. Magnetické pole vejárovite rozvíja dráhy častíc v smere pozdĺž drôtov a preto je väčšina dráh rovnobežných. To má svoje výhody pri ich vyhľadávaní a rozpoznávaní. Keďže TPC v experimente Na49 sú optimalizované tak, aby mali dobrú schopnosť rozlíšiť dve blízke stopy, je vo väčšine fázového priestoru efektívnosť vyhľadávania stôp častíc prakticky 100 %. Straty častíc sa pozorujú pri zrážkach *PbPb* v blízkosti zväzku, kde je najväčšia okupancia. Účinnosť rozpoznávania stôp častíc je 100 % keď je ich vzdialenosť väčšia ako 2 cm a klesá na približne 50 % pre dráhy vzdialené 1 cm . Podrobná simulácia ukazuje, že celková účinnosť rozpoznávania stôp je 95 % pri centrálnych zrážkach *PbPb*, pričom v blízkosti zväzku prudko klesá (približne na 30 % pri odhadovanej okupancii 30 %). Straty častíc v oblastiach veľkých hustôt boli simulované metódou vkladania stôp (embedding) a v dátach sa na ne robí korekcia.
3. *Spájanie lokálnych stôp častíc do globálnych.* V tomto kroku sú segmenty dráh v jednotlivých komorách pospájané do globálnych dráh. Kladie to veľké nároky na presnosť vzájomnej orientácie komôr, ktorá musí byť na úrovni $100 \mu m$. V smere driftu je potrebná aj presná znalosť rýchlosti driftu a referenčného času, od ktorého sa jednotlivé komory spúšťajú. V prípade zlej synchronizácie komôr hrozí štiepenie stôp častíc na niekoľko segmentov, čo spôsobuje účinnosti väčšie ako 100%. Do tohoto problému bolo investovanej veľa námahy a zdá sa, že je vyriešený.
4. *Hybnostný fit.* Keď sú jednotlivé segmenty dráhy pospájané, je možné častici priradiť hybnosť. Výsledné hybnostné rozlíšenie je zložitou funkciou zložiek hybnosti. V prvom priblížení je ho možné parametrizovať v tvare $dp/p^2 = 7 \times 10^{-4} (GeV/c)^{-1}$ pre častice, prechádzajúce len cez VTPC (oblasť hybností $0.5 - 8 \text{ GeV}/c$) a $dp/p^2 = 0.3 \times 10^{-4} (GeV/c)^{-1}$ pre častice prechádzajúce cez VTPC2 a MTPC (oblasť hybností $4 - 100 \text{ GeV}/c$).

5.7 Identifikácia častíc.

Spektrometer Na49 vykonáva identifikáciu častíc metódou dE/dx . Táto metóda bude neskôr popísaná detailnejšie. Hodnota dE/dx je vypočítaná z veľkostí signálov, ktoré častica zanechá na jednotlivých radoch padov pomocou metódy odfiknutého priemeru (truncated mean). Výsledné rozlíšenie je funkciou rýchlosti častice a počtu radov padov v jednotlivých komorách, na ktorých zanechá signál. V prvom priblížení je možné rozlíšenie odfiknutého priemeru parametrizovať v tvare,

$$\sigma_{dE/dx} = A/\sqrt{N_C}$$

kde N_C je celkový počet bodov, ktoré častica zanechala v komorách (čiže celkový počet radov padov, na ktorých zanechala signál).

Časť II

Štúdium pracovných parametrov časovo–projekčnej komory.

Kapitola 6

Fyzikálne princípy Monte Carlo simulácie TPC a štruktúra programu *padres*.

Cieľom mojej práce bolo vyvinúť balík programov, ktorý by umožňoval detailne simulovať pracovné parametre *TPC*. Tento balík programov by mal jednak pomáhať pri prevádzke a kalibrácii komôr, mal by aj pomôcť pri ďalšej optimalizácii experimentu a pri návrhu experimentov nových. Za týmto účelom som vyvinul simulačný program *padres*, ktorý sa snaží metódou Monte Carlo popísať základné parametre komory.

Keďže mojím cieľom bolo nielen popísať základné parametre komôr, ktoré pozorujeme v experimente, ale vlastnosti komory aj vysvetliť „z prvých princíпов“, musel som sa snažiť o detailnú mikroskopickú simuláciu, podľa možnosti bez voľných parametrov. Výhoda takéhoto prístupu oproti voľnejšiemu, „fenomenologickejšiemu“ prístupu [39, 40, 41] je taká, že moja simulácia by mala byť spoľahlivejšia v oblastiach mimo intervalu parametrov, kde bola porovnávaná s dátami.

V tejto časti práce najprv popíšem štruktúru programu *padres*. Ďalej sa snažím vysvetliť pomocou základných fyzikálnych princíпов a jednoduchých argumentov ako vzniká rozlíšenie komory, šírka klastra a straty náboja. Výsledky simulácie porovnávam s rozlíšením a veľkosťou klastra v komorách experimentu *Na49*.

6.1 Generovanie stopy častice.

Na začiatku program vygeneruje dráhu častice. Dráha je charakterizovaná pomocou jej vzdialenosti od roviny proporcionálnych komôr, polohy pozdĺž drôtov a orientácie v priestore. Orientácia v priestore je určená dvomi uhlami, uhlom α , čo je uhol náklonu stopy (uhol medzi stopou častice a drôtmi, tzv. inclination angle) a uhlom ϑ , čo je uhol medzi stopou častice a rovinou proporcionálnych komôr (dip angle). V súčasnej verzii programu je možné simulovať len priame dráhy častíc. Je možné simulovať odozvu komory na stopy so zafixovanou orientáciou v priestore a vzdialenosťou od roviny read-outu aj rozličné typy kolimácie.

6.2 Ionizácia plynu pozdĺž stopy častice.

Po vygenerovaní stopy častice program vygeneruje ionizáciu ňou vytvorenú.

Ionizácia plynu prebieha v dvoch fázach. V prvej fáze je vygenerovaná primárna ionizácia. Akty primárnej ionizácie sú na sebe nezávislé, preto sa ich počet riadi Poissonovým rozdelením. Vzdialenosť medzi dvomi po sebe nasledujúcimi aktmi primárnej ionizácie sa riadi exponenciálnym rozdelením

$$p(l) = \frac{1}{\lambda} e^{-l/\lambda}. \quad (6.1)$$

Tu λ je stredná vzdialenosť medzi dvomi po sebe nasledujúcimi interakciami, $\lambda = 1/N_P$ kde N_P je počet primárnych interakcií na jeden centimeter.

V programe je poloha aktov primárnej ionizácie vygenerovaná po krokoch. Program začne z jedného konca stopy, potom vykoná krok pozdĺž nej s dĺžkou vygenerovanou podľa rovnice (6.1). Takto získame polohu všetkých aktov primárnej ionizácie (teda klastrov ionizácie).

Podľa klasickej Mottovej teórie je pravdepodobnosť toho, že je v jednej interakcii atomárnemu elektrónu odovzdaná energia E úmerná $1/E^2$ [12, 60]. Pre ľahšie plyny (He, Ne) dáta indikujú rýchlejší pokles tejto pravdepodobnosti s E . Program umožňuje generovať energiu primárneho elektrónu pomocou všeobecnejšieho vzťahu

$$p(E) = \frac{k}{E^\alpha} \quad (6.2)$$

kde α je konštanta závisiaca od plynu.

Primárne elektróny sú zdrojom sekundárnej ionizácie. Ak majú dostatočnú kinetickú energiu, môžu ďalej ionizovať atómy plynu a vytvárať

sekundárne elektróny v klastri ionizácie. Celkový počet elektrónov v klastri ionizácie je určený energiou primárneho elektrónu a vypočítaný podľa vzťahu

$$N_{tot} = \frac{E}{W_i} + 1 \quad (6.3)$$

kde W_i je stredná energia potrebná na vytvorenie páru elektrón-ión.

Keď spočítame počet klastrov ionizácie a počet elektrónov v každom klastri ionizácie, dostaneme celkový počet elektrónov vytvorených pozdĺž dráhy častice. Tento počet sa riadi Landauovým rozdelením. V súčasnej verzii programu sú všetky sekundárne elektróny vygenerované priamo na stope častice.

6.3 Drift and difúzia elektrónov.

Po vygenerovaní ionizácie program narába nezávisle s každým vygenerovaným elektrónom.

Elektróny driftujú v homogénnom elektrickom poli smerom k rovine proporcionálnych komôr. Počas driftu difundujú. Difúzia je popísaná pomocou trojrozmerného Gaussovho rozdelenia

$$p(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{-\frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} e^{-\frac{(z-z_0)^2}{2\sigma_z^2}} \quad (6.4)$$

kde (x_0, y_0, z_0) sú súradnice bodu vzniku elektrónu a

$$\sigma_x = \sigma_z = D_T^P \sqrt{L_{drift}}$$

$$\sigma_y = D_L \sqrt{L_{drift}}$$

kde D_T^P je projekcia konštanty priečnej difúzie, D_L je konštanta pozdĺžnej difúzie a L_{drift} je dĺžka driftu.¹ Efekty spôsobené elektrostatickou interakciou medzi elektrónmi a iónmi v klastri sú zanedbané, tak isto sme nebrali do úvahy vplyv rekombinácie ani elektrónového záchytu.

¹Koeficienty D_T^P a D_L sa udávajú v $\mu m/\sqrt{cm}$, čiže ide o strednú kvadratickú odchýlku rozdelenia polôh, spôsobeného difúziou pri drifte 1 cm. V literatúre sa používajú aj difúzne koeficienty vzťahnuté na čas driftu.

6.4 Zber ionizácie na anódach.

Po tom, ako driftujú a difundujú, sú elektróny zozbierané na anódach v proporcionálnej časti detektora. Každý elektrón je zozbieraný na najbližšom drôte. V prípade, že komora pracuje v magnetickom poli, berie sa do úvahy vplyv efektu $\vec{E} \times \vec{B}$ na drôtoch. V tejto verzii programu sa neberie do úvahy disperzia v časoch zberu elektrónov na drôtoch.

6.5 Fluktuácie koeficientu plynového zosilnenia.

Po zozbieraní na anóde vytvorí každý elektrón lavínu. Počet elektrónov, ktoré sú v lavíne vytvorené sa riadi exponenciálnym rozdelením [51].

$$p(q) = \frac{1}{\bar{q}} e^{-\frac{q}{\bar{q}}} \quad (6.5)$$

kde q je celkový náboj v lavíne a $\bar{q}$ je jeho stredná hodnota. Táto stredná hodnota za obvykle nazýva koeficient plynového zosilnenia (gas gain).

Veľkosť koeficientu plynového zosilnenia nepoznáme s dostatočnou presnosťou, preto v programe predpokladáme $\bar{q} = 1$. Táto konštanta sa neskôr automaticky nastaví pri kalibrácii programu.

6.6 Náboj indukovaný na padoch a odozvová funkcia padu (PRF).

Lavína, vytvorená jedným elektrónom na anóde indukuje na rovine padov rozdelenie náboja $\sigma(x, z)$. Toto rozdelenie náboja sa nazýva odozvová funkcia padu (Pad Response Function, PRF).²

Existuje niekoľko modelov, ktoré sa snažia popísať tvar tohoto rozdelenia. Niektoré z nich sú implementované v programe *padres*.

Najjednoduchšia je dvojrozmerná Endova formula[16].

$$\sigma(x, z) = K \frac{1}{\cosh \frac{\pi(x-x_0)}{2L}} \frac{1}{\cosh \frac{\pi(z-z_0)}{2L}} \quad (6.6)$$

kde L je vzdialenosť medzi anódami a rovinou padov a K je normalizačná konštanta. Lavína je vytvorená v mieste so súradnicami (x_0, z_0) . Endova formula bola odvodená pre jednorozmerný prípad, to znamená za predpokladu,

²Štandardne označujem súradnicu pozdĺž drôtov x a kolmo na ne z . súradnica v smere driftu je y . Toto je štandardné označenie, ktoré sa používa v experimente Na49.

že indukovaný náboj sa zbiera na nekonečne dlhých obdĺžnikových padoch. Tento model však funguje prekvapivo dobre aj v prípade konečných padov. Jeho veľkou výhodou je, že rozdelenie náboja je možné analyticky preintegrovať cez obdĺžnikovú plochu.

V niektorých prípadoch môže byť PRF popísaná dvojrozmerným Gaussovým rozdelením.

$$\sigma(x, z) = K e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} e^{-\frac{(z-z_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (6.7)$$

Gaussove rozdelenie je numericky nepríjemnejšie ako Endova formula. Porovnanie dát s rozdelením náboja daným vzťahom (6.7) ukazuje, že meraná PRF má vo väčšine geometrií dlhšie chvosty.

O zovšeobecnenie Endovej formuly pre σ sa pokúsil Andrzej Rybicki [54]. Jeho formula bola odvodená pomocou metódy zrkadlových obrazov pre ľubovoľnú polohu (aj asymetrickú) anódových vlákien medzi rovinou padov a Frischovou mriezkou. V tomto prípade je hustota náboja vyjadrená v tvare nekonečného (ale dosť rýchlo konvergujúceho) radu.

Celkový náboj, zozbieraný na pade od bodovej lavíny, vyvolanej jedným elektrónom je daný integrálom PRF cez plochu padu.

$$Q_{col} = \int_{pad\ area} \sigma(x, y) dx dz \quad (6.8)$$

Program *padres* umožňuje preintegrovať rozdelenie náboja cez plochu obdĺžnikového aj rovnobežníkového tvaru. Pre obdĺžnikové pady je to pomerne jednoduché, formula (6.6) umožňuje previesť analytickú integráciu a Rybického formula umožňuje vyjadriť celkový zozbieraný náboj vo forme radu, pričom stačí sumovať cez niekoľko členov radu (testy ukazujú že šesť, sedem členov úplne stačí). V prípade formuly (6.7) program vykonáva dve numerické integrácie. Pre pady tvaru rovnobežníka nie je vo všeobecnosti možné integrovať analyticky. V tomto prípade program umožňuje previesť numerickú integráciu alebo v prípade, že výpočet je príliš časovo náročný, uložiť hodnoty preintegrovannej PRF do dvojrozmernej tabuľky.

6.6.1 Tvar signálu a jeho vzorkovanie.

Časový priebeh signálu, indukovaného od jednej lavíny dostaneme tak, že preškáľujeme veľkosťou náboja, indukovaného na pade odozvovou funkciou elektroniky. Odozvová funkcia nám udáva tvar signálu vytvoreného jednolektrónovou lavínou po tvarovači. Skladá sa teda z dvoch častí, časti danej parametrami komory a časti danej predzosilňovačom a tvarovačom (shaper).

Program umožňuje použiť ako odozвовú funkciu Gaussián (ohraničený na $\pm 3 \sigma$ a príslušne normalizovaný) alebo použiť meranú odozвовú funkciu, zadanú v podobe tabuľky [14].

Signál od každej lavíny je potom navzorkovaný so zadanou vzorkovacou frekvenciou. Elektronika, ktorá sa dnes používa (SCA alebo fast ADC) umožňuje odmerať priamo amplitúdu signálu v danom okamžiku (signál nie je integrovaný) [14].

Po navzorkovaní signálov od všetkých elektrónov vytvorených časticou a zosumovaní týchto vzoriek dostaneme odozvu častice na jednom rade padov. Takáto odozva sa zvykne nazývať klaster (cluster). Klaster je v podstate dvojrozmerná tabuľka nábojov $Q_{i,j}$, kde $Q_{i,j}$ je náboj zozbieraný na pade číslo j v časovej vzorke číslo i . Jeden prvok tejto štruktúry budeme tiež volať jedna vzorka (v angličtine time bucket).

6.7 Prepočet na ADC kanály a zahrnutie šumov.

Až do tohoto momentu bol signál v každej časovej vzorke vyjadrený vo vnútorných jednotkách programu (v našom prípade v elementárnych nábojoch). Keď chceme porovnať simuláciu s experimentálnymi dátami, musíme premeniť tieto jednotky na kanály ADC³.

Kvôli tomu musíme kalibrovať program. Na to používame rozdelenie veličiny *MAX ADC* v klasteroch. Hodnota *MAX ADC* pre daný klaster je definovaná ako najväčšia hodnota signálu v časovej vzorke v danom klasteri: $MAX ADC = \max [Q_{i,j}]$. Toto číslo sa správa podľa Landauovho rozdelenia. Keď porovnáme najpravdepodobnejšiu hodnotu *MAX ADC* klastrov z dát s klastrami zo simulácie, dostaneme škálovaciu konštantu, ktorá nám umožní prepočítať vnútorné jednotky programu na ADC kanály. Je to jediný voľný parameter simulácie, všetky ostatné parametre (ako driftové rýchlosti, difúzne konštanty, PRF ...) sú zobraté z nezávislých zdrojov (tabuliek alebo výpočtov).⁴

Po prepočítaní $Q_{i,j}$ na ADC kanály, je ku každej časovej vzorke pripočítaný šum. Šum je generovaný pre každý pad a každú časovú vzorku nezávisle, predpokladajúc Gaussovské rozdelenie [53].

³Experiment *Na49* používa Analógovo-digitálne prevodníky Wilkinsonovho typu

⁴Fyzikálny zmysel tohoto parametra je zrejmý. Nepoznáme presnú hodnotu koeficientu plynového zosilnenia, väzbový koeficient medzi drôtom a padmi, zosilnenie predzosilňovača, veľkosť strát pri tvarovaní signálu Naša kalibračná konštanta zahŕňa práve súbor týchto parametrov.

6.8 Vyhľadávanie klastrov, aplikácia prahov (zero supression treshold) a výpočet parametrov klastra.

V tejto chvíli máme realistické rozdelenie nábojov v jednotlivých časových vzorkách so zahrnutím šumov. Na to, aby sme mohli z tohoto rozdelenia vyextrahovať fyzikálne zaujímavé veličiny, musíme dokázať rozlíšiť signál (čiže klastery) a odrezať šum. Toto vykonáva program na vyhľadávanie klastrov (cluster finder), ktorý má za úlohu rozpoznať kompaktnú štruktúru klastrov a odrezať šum tak, že sa zoberú do úvahy len signály nad prahom (to znamená, že sa akceptujú len tie $Q_{i,j}$, pre ktoré je $Q_{i,j} \geq \text{prah}$). Skúmal som niekoľko algoritmov na vyhľadávanie klastrov, detailné štúdium týchto algoritmov je však dostatočne zložitou otázkou a patrí skôr do oblasti počítačového rozpoznávania obrazu.

Akonáhle je klastery identifikovaný a sú odrezané šumy, program vypočíta projekcie klastra (čiže $Q_{i,j}$) na smer padov a času:

$$Q_{Pj} = \sum_{i \text{ (vzorky)}} Q_{i,j} \quad (6.9)$$

kde Q_{Pj} je projekcia klastra na smer padov a

$$Q_{Ti} = \sum_{j \text{ (pady v rade)}} Q_{i,j} \quad (6.10)$$

kde Q_{Ti} je projekcia klastrov na časovú os.

Z týchto projekcií potom program vypočíta polohu klastra v smere osi x a y ako vážený priemer,

$$x_{cog} = \frac{\sum_j Q_{Pj} x_{Pj}}{\sum Q_{Pj}} \quad (6.11)$$

$$y_{cog} = \frac{\sum_i Q_{Ti} y_{Ti}}{\sum Q_{Ti}} \quad (6.12)$$

kde x_{Pj} je x ová súradnica padu číslo j a y_{Ti} je y -ová súradnica (čas) zodpovedajúca časovej vzorke i . Hodnota $MAX ADC$ je definovaná:

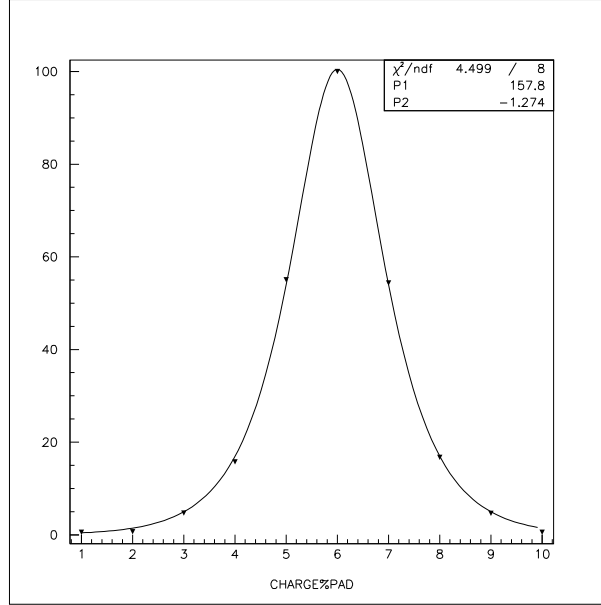
$$MAX ADC = Max [Q_{i,j}] \quad (6.13)$$

a celkový náboj v klastru ako

$$CC = \sum_i Q_{Pi} = \sum_j Q_{Tj}. \quad (6.14)$$

Tieto veličiny sú uložené do histogramov a používané ako výstup z programu.

6.9 Konštanty a parametre použité v simulácii.



Obrázok 6.1: Meraná PRF. Na vodorovnej osi je číslo padu, na zvislej zozbieraný náboj.

Pri číselných výpočtoch som použil niekoľko rozdielnych geometrií.

Často používaná geometria zodpovedá VTPC2 experimentu Na49. V tomto prípade je šírka padu 3.47 mm a jeho dĺžka 28 mm . (Vid' napríklad [7].) Vo väčšine výpočtov (kde nie je napísané inak) sme predpokladali oblžníkové pady kolmé na drôty.

Pri geometrii, ktorá zodpovedá HR sektorom MTPC experimentu Na49 je šírka padu 3.63 mm a jeho dĺžka 40 mm .

Geometria, na ktorú sa budem odvolávať ako na ALICE geometriu predpokladá šírku padov 4 mm a ich dĺžku 20 mm . Ako PRF je použitá dvojrozmerná Endova formula (pozri rovnicu (6.6) s $L = 4 \text{ mm}$ (čo zodpovedá $\sigma = 3.8 \text{ mm}$). Pady majú oblžníkový tvar a sú kolmé na drôty.

Vertexové komory experimentu Na49 pracujú s plynovou zmesou, založenou na Neóne ($\text{Ne} + \text{CO}_2$ (90 : 10)). Pre tento plyn je stredný počet aktov primárnej ionizácie na centimeter $N_{\text{primary}} = 12.4 \text{ 1/cm}$, stredný ionizačný potenciál $I_{\text{ion}} = 21.6 \text{ eV}$, stredná energia potrebná na vytvorenie

elektrón-ionového páru $W = 36.6 \text{ eV}$, konštanta α v rovnici (6.2) je $\alpha = 2.2$. Tento rýchlejší pokles pravdepodobnosti s energiou primárneho elektrónu je v súlade s správaním pozorovaným v experimente Na49 [43]. Transportné konštanty pre túto zmes sú $v_{drift} = 1.3 \text{ cm}/\mu\text{m}$, $\sigma_L = 220 \mu\text{m}/\sqrt{[cm]}$ a $\sigma_T = 150 \mu\text{m}/\sqrt{[cm]}$.⁵

Main TPC pracujú s trojkomponentným plynom založeným na Argóne ($Ar + CO_2 + CH_4$ (90 : 5 : 5)), pre túto zmes berieme $N_{primary} = 28 \text{ cm}^{-1}$, $I_{ion} = 15.8 \text{ eV}$ a $W = 26.4 \text{ eV}$, $\alpha = 2$. Transportné konštanty sú: $v_{drift} = 23.7 \text{ mm}/\mu\text{s}$, $\sigma_T = 270 \mu\text{m}/\sqrt{[cm]}$, $\sigma_L = 220 \mu\text{m}/\sqrt{[cm]}$. Tieto transportné konštanty som získal numerickým riešením Boltzmannovej rovnice za pomoci programu *MAGBOLTZ*, ktorého autorom je Stephen Biagi [13].

Pri simulácii VTPC a MTPC geometrií sme použili meranú PRF [9] naitovanú Endovou formulou s dvomi voľnými parametrami (L a K v rovnici (6.6) (viď obrázok (6.1)). Na tomto obrázku je ako jednotka vzdialenosti použitá šírka jedného padu (pre toto meranie bola šírka padu 1.5 cm), tento fit teda zodpovedá $L = 1.8765 \text{ mm}$.⁶

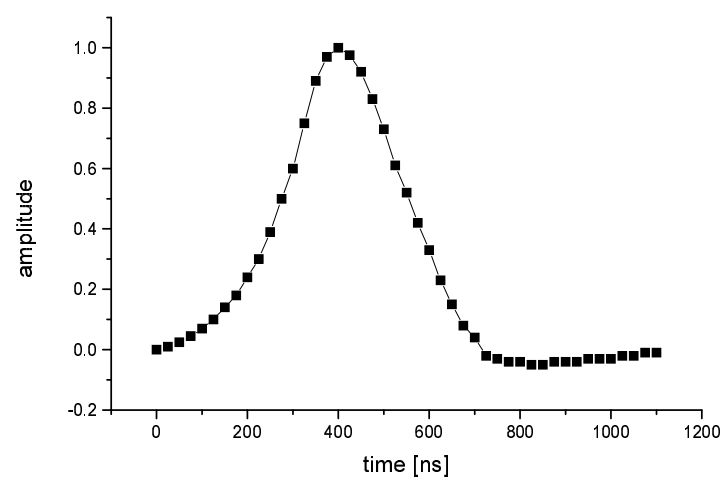
Ako odozovú funkciu elektroniky sme použili meranú odozvu elektroniky Na49 v podobe tabuľky (pozri obrázok (6.2)). Táto krivka bola získaná z tvarov signálov pri rôznych dĺžkach driftu a z extrapolácie pre nulovú dĺžku driftu (aby sa odstránil vplyv difúzie). Vzorkovacia frekvencia bola $f_{vzorkovania} = 10 \text{ MHz}$.

Veľkosť strednej kvadratickej odchýlky šumu bola nastavená na 2.5 ADC kanálov, čo je typická hodnota pre Na49 [53]. Prahy boli nastavené na dvojnásobok tejto hodnoty, teda 5 ADC kanálov.

Všade používam súradnicový systém, v ktorom je os x rovnobežná s drôťmi a os y so smerom driftu.

⁵Koeficient transversálnej difúzie je redukovaný magnetickým poľom, prítomným vo vertexových komorách.

⁶Pre porovnanie, skutočná vzdialenosť medzi padmi a anódami je 2 mm .



Obrázok 6.2: Odozva elektroniky Na49 ako funkcia času.

Kapitola 7

Faktory ovplyvňujúce priestorové rozlíšenie TPC.

V tejto sekcii prediskutujem základné faktory, ktoré prispievajú k priestorovému rozlíšeniu Časovo–projekčnej komory. Začnem od najjednoduchšieho prípadu, keď častice nalietaťavajú kolmo na drôty a pozdĺž padov, s nulovými prahmi, šumom a bez akýchkoľvek ďalších komplikácií. Postupom času sa bude život komplikovať a tieto faktory budú braté do úvahy. Tam, kde sa to dá, budem sa snažiť vysvetľovať vplyv jednotlivých efektov pomocou jednoduchých pravdepodobnostných modelov, pričom tento výklad budem ilustrovať pomocou simulácií vykonaných programom *padres*. V jednej z nasledujúcich kapitol budú potom výsledky kompletnej simulácie porovnané s pozorovaným priestorovým rozlíšením MTPC komôr v experimente Na49. Pozorovaný súlad ukazuje, že faktory, ktoré sme rozdiskutovali sú skutočne tie podstatné a výsledky kompletnej simulácie aj umožňujú odhadnúť ich relatívnu dôležitosť.

7.1 Difúzia.

Pri prechode cez aktívny objem detektora vyprodukuje každá častica istý počet elektrón–iónových párov. Elektróny driftujú smerom k proporcionálnym komorám, pričom súčasne s driftom podliehajú aj difúzii. Dôsledkom toho je, že nie sú na rovine proporcionálnych komôr zozbierané v bodoch, ktoré ležia na projekcii dráhy častice na túto rovinu, ale majú voči nej určité náhodné posunutia. Tieto posunutia sú pre jednotlivé elektróny vyprodukované časticou nezávislé. Nakoniec sa teda zozbiera istý elektrónový oblak s rozmermi, ktorých veľkosť je určená difúziou.

Našťastie je možné určiť polohu dráhy častice s väčšou presnosťou, než je presnosť daná len rozmermi elektrónového oblaku. Pri tom môžeme využiť fakt, že jednotlivé elektróny difundujú nezávisle. Priemer polôh jednotlivých elektrónov teda udáva polohu prelietavajúcej častice s podstatne väčšou presnosťou.

Označme náhodnú premennú, ktorá popisuje posunutie i^{tho} elektrónu v okamihu zozbierania v proporcionálnych komorách x_i oproti miestu jeho vzniku, teda polohe incidentnej častice ¹. Táto náhodná premenná má strednú hodnotu rovnú nule a strednú kvadratickú odchýlku, ktorá rastie s druhou odmocninou z dĺžky driftu.

$$\sigma_x = D_T^P \sqrt{L_{drift}} \quad (7.1)$$

$$\sigma_y = D_L \sqrt{L_{drift}} \quad (7.2)$$

Polohu stredu oblaku, ktorý sa skladá z N elektrónov ² je možné odhadnúť ako aritmetický priemer z polôh jednotlivých elektrónov

$$X_{COG} = \frac{1}{N} \sum x_i. \quad (7.3)$$

Stredná hodnota X_{COG} je nulová. Priestorové rozlíšenie môžeme zdefinovať ako strednú kvadratickú odchýlku náhodnej premennej X_{COG} . Ju môžeme vyjadriť ako

$$\sigma^2[X_{COG}] = D[X_{COG}] = \frac{1}{N^2} N D[x_i]$$

$$\sigma[X_{COG}] = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}},$$

kde D je symbol pre disperziu. Keď zoberieme do úvahy rovnice (7.1) a (7.2), dostaneme:

$$\sigma_{X_{COG}} = \frac{D_T^P \sqrt{L_{drift}}}{\sqrt{N}} \quad (7.4)$$

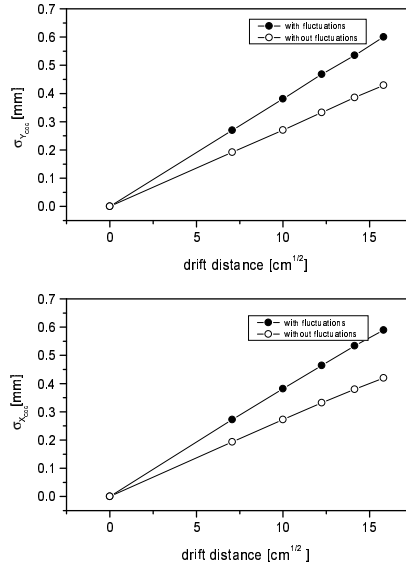
Rovnaké argumenty platia aj pre rozlíšenie v smere driftu.

$$\sigma_{Y_{COG}} = \frac{D_L \sqrt{L_{drift}}}{\sqrt{N}} \quad (7.5)$$

7.2 Fluktuácie plynového zosilnenia.

¹ V prvom priblížení môžeme zanedbať štruktúru proporcionálnej komory a chápať ju ako polohovo-citlivú rovinu.

² Presnejšie povedané, N je počte elektrónov zozbieraných na jednom rade padov.



Obrázok 7.1: Simulované priestorové rozlíšenie pre Neón ako funkcia dĺžky driftu.

Po zozbieraní na anóde vyvolá každý elektrón elektrónovú lavínu pričom v procese nárazovej ionizácie vznikne rádovo niekoľko tisíc sekundárnych elektrónov. Koeficient zosilnenia v lavíne iniciovanej jedným elektrónom má výrazné fluktuácie (tento proces má rozdelenie pravdepodobnosti, ktoré je veľmi dobre popísané exponenciálou), ktoré prispievajú k zhoršeniu rozlíšenia komory. Keď dorazí oblak elektrónov, vytvorených ionizujúcou časticou do proporcionálnych komôr, nie všetky elektróny sa rovnako zosilnia. Môže sa napríklad stať, že všetky elektróny v oblaku sú zosilnené len veľmi málo, akurát jeden, ktorý je zhodou okolností napravo od skutočnej polohy častice sa zosilní s veľkým koeficientom zosilnenia. V takom prípade sa poloha ťažiska posunie doprava. Rovnako pravdepodobný je aj zrkadlovo obrátený proces, pri ktorom sa málo zosilnia všetky elektróny s výnimkou jedného, ktorý sa nachádza naľavo od stopy častice. Preto nie je stredná hodnota priemeru, vypočítaného z polôh jednotlivých elektrónových lavín fluktuáciami v plynovom zosilnení ovplyvnená, ovplyvnené je však rozlíšenie.

Tento efekt môžeme popísať pomocou jednoduchého modelu. Poloha ťažiska sa podľa tohoto modelu nebude počítať priamo z polôh jednotlivých elektrónov, ale z váhovaných polôh. V tom prípade vyzerá rovnica (7.3)

trošku ináč

$$X_{COG} = \frac{1}{N} \sum g_i x_i. \quad (7.6)$$

V tejto rovnici sme zaviedli náhodnú veličinu g_i , ktorá popisuje váhu i -teho elektrónu. Táto veličina zodpovedá plynovému zosilneniu na anódach, pričom má strednú hodnotu rovnú jednotke³ a je popísaná exponenciálnym rozdelením pravdepodobnosti. Stredná hodnota veličiny X_{COG} ktorá je definovaná rovnicou (7.6) je nulová. Potrebujeme vypočítať strednú kvadratickú odchýlku, čiže rozlíšenie.

$$\sigma^2[X_{COG}] = D[X_{COG}] = \frac{1}{N^2} D[\sum x_i g_i] = \frac{1}{N} D[x_i g_i]$$

Teraz vypočítame $D[x_i g_i]$.

$$D[x_i g_i] = M[(g_i x_i - \overline{g_i} \overline{x_i})^2] = M[g_i^2 x_i^2]$$

V poslednej rovnici sme $\overline{g_i}$ a $\overline{x_i}$ označili stredné hodnoty náhodných premenných g_i a x_i . Keďže $\overline{x_i} = 0$ a $\overline{g_i}$ a $\overline{x_i}$ sú nezávislé veličiny, môžeme vzťah zjednodušiť.

$$M[g_i^2 x_i^2] = M[g_i^2] M[x_i^2]$$

Potom platí:

$$\begin{aligned} M[x_i^2] &= \sigma_x^2 = (D_T^P)^2 L_{drift} \\ \sigma_{g_i}^2 &= M[g_i^2] - M^2[g_i] \end{aligned}$$

Keď dáme dokopy tieto rovnice, dostaneme:

$$\sigma^2[X_{COG}] = \frac{1}{N} (\sigma_{g_i}^2 + M^2[g_i]) (D_T^P)^2 L_{drift}$$

Po dosadení hodnôt $\sigma_{g_i} = 1$ a $M[g_i] = 1$ (exponenciálne rozdelenie má strednú kvadratickú odchýlku rovnú strednej hodnote) dostaneme:

$$\sigma[X_{COG}] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{2} D_T^P \sqrt{L_{drift}} \quad (7.7)$$

Obdobný vzťah platí v smere driftu (v smere y).

$$\sigma[Y_{COG}] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{2} D_L \sqrt{L_{drift}} \quad (7.8)$$

³Je to v podstate pomer koeficientu plynového zosilnenia k strednej hodnote koeficientu plynového zosilnenia. Bude to podrobnejšie zdôvodnené v nasledujúcom paragrafe.

Vidíme, že fluktuácie v plynovom zosilnení prispievajú k rozlíšeniu multiplikatívnym faktorom, pričom zväčšujú príspevok od difúzie $\sqrt{2}$ krát! Tento faktor patrí k vnútorným, fyzikálnym faktorom, ktoré ovplyvňujú rozlíšenie komory a nedá sa odstrániť. Jediný predpoklad, ktorý sme použili je, že sú fluktuácie popísané exponenciálnym rozdelením, čo platí pre väčšinu plynov pri malých koeficientoch plynového zosilnenia.⁴ Nezávisí od typu plynu, ani od dĺžky driftu.

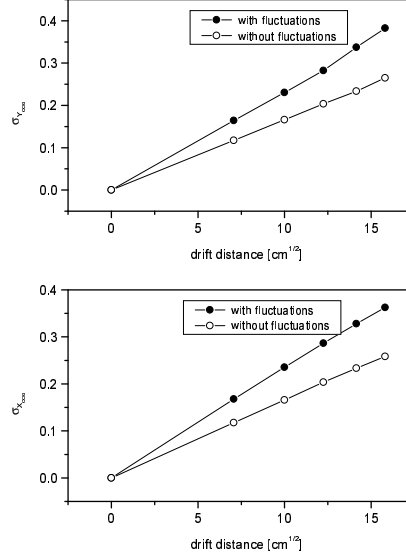
Predpoveď nášho jednoduchého modelu je vo veľmi dobrom súhlase s výsledkami simulácie. Na obrázku (7.1) je zobrazený výsledok mikroskopikkej simulácie TPC, ktorá bola prevedená v *ALICE* geometrii (s dĺžkou padu 2 cm), pričom všetky faktory prispievajúce k rozlíšeniu s výnimkou difúzie a fluktuácií plynového zosilnenia boli vypnuté. Výpočet bol prevedený pre plynovú zmes, založenú na Neóne (stredný počet elektrónov, zozbieraných na rade padov bol okolo 110). Vrchná krivka ukazuje výsledok simulácie so zahrnutím fluktuácií v plynovom zosilnení, spodná výsledok simulácie s vypnutými fluktuáciami. Je vidieť peknú lineárnu závislosť rozlíšenia $\sigma_{X_{COG}}$ od $\sqrt{L_{drift}}$, pričom náklon priamiek je rôzny pri výpočte so zahrnutím fluktuácií plynového zosilnenia ako pri výpočte bez nich. Pomer náklonov je blízky k $\sqrt{2}$.

Pre porovnanie, na nasledujúcom obrázku je vidieť výsledok simulácie v rovnakej geometrii pre zmes založenú na Argóne. V tomto plyne je počet elektrónov, zozbieraných na rade padov približne dvojnásobný (približne 250). Rozlíšenie je preto lepšie ako v prípade zmesi, založenej na Neóne, keď však porovnáme výsledok simulácie so zahrnutím fluktuácií koeficientu plynového zosilnenia s výsledkom simulácie bez neho, vidíme rovnakých efekt. Náklon priamky so zahrnutím fluktuácií je väčší ako bez zahrnutia, pričom ich pomer je blízky k $\sqrt{2}$.

7.3 Vplyv konečnej šírky padov a nelinearita ťažiskovej metódy.

Časovo-projekčná komora nemeria polohy jednotlivých elektrónov, zozbieraných na anódach, ale umožňuje vypočítať polohu ťažiska z veľkostí celkových

⁴V podstate nepotrebujeme ani exponenciálnosť rozdelenia, dôležité je len to, že pre exponenciálne rozdelenie s jednotkovou strednou hodnotou je jednotková aj stredná kvadratická odchýlka. Ak by rozdelenie bolo iné, môže byť stredná kvadratická odchýlka menšia.



Obrázok 7.2: Simulované priestorové rozlíšenie pre Argón ako funkcia dĺžky driftu.

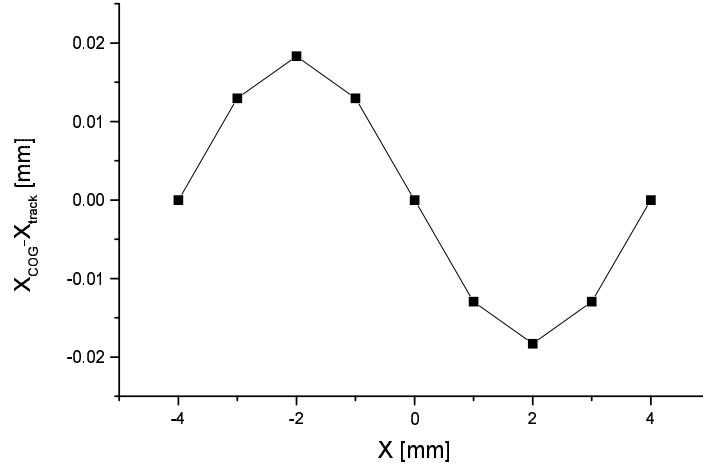
nábojov, indukovaných na jednotlivých padoch v rade. Tieto náboje sú indukované všetkými elektrónmi, ktoré častica vytvorí. Časový interval medzi zozbieraním jednotlivých elektrónov je taký malý, že nie je možné navzájom od seba odlíšiť ich príspevky.

Teraz prediskutujeme platnosť jednoduchých modelov, ktoré sme použili na odhad vplyvu difúzie a fluktuácií nábojového zosilnenia na rozlíšenie. Začneme od veličiny,

$$\frac{\sum_{el.} x_i q_i}{\sum_{el.} q_i} \quad (7.9)$$

kde x_i je náhodná premenná, popisujúca posunutie i -teho elektrónu voči stope častice a q_i je náhodná premenná, popisujúca fluktuácie plynového zosilnenia. Stredná hodnota tejto premennej sa rovná koeficientu plynového zosilnenia. Sumuje sa cez všetky elektróny, zozbierané na rade padov, čo je zvýraznené indexom $el.$ pod znakom sumy, sumačný index je i . Náboj, indukovaný elektrónom číslo i na pade číslo j označíme q_{i,P_j} . Potom môžeme rozpísať našu veličinu pomocou nábojov, indukovaných na padoch.

$$\frac{\sum_{el.} x_i q_i}{\sum_{el.} q_i} = \frac{\sum_{el.} x_i (q_{i,P_1} + q_{i,P_2} + \dots + q_{i,P_j} + \dots + q_{i,P_m})}{\sum_{el.} q_{i,P_1} + q_{i,P_2} + \dots + q_{i,P_j} + \dots + q_{i,P_m}}$$



Obrázok 7.3: Nelinearita ťažiskovej metódy pre šírku padu 8 mm. Znázornený je rozdiel medzi skutočnou a zrekonštruovanou polohou nalietajúcej častice ako funkcia jej polohy.

Tu sme využili fakt, že suma nábojov, indukovaných lavínou na rade padov je úmerná celkovému náboju v lavíne. Poloha x_i sa približne rovná polohe ťažiska nábojov, ktoré na rade padov vyindukoval elektrón číslo i .⁵

$$x_i(q_{i,P_1} + q_{i,P_2} + \dots + q_{i,P_j} + \dots + q_{i,P_m}) \approx q_{i,P_1}X_1 + q_{i,P_2}X_2 + \dots + q_{i,P_m}X_m \quad (7.10)$$

V tejto rovnici sme označili stred padu číslo m ako X_m . Ďalej môžeme napísať:

$$\frac{\sum_{el.} x_i q_i}{\sum_{el.} q_i} \approx \frac{\sum_{el.} (q_{i,P_1}X_1 + q_{i,P_2}X_2 + \dots)}{\sum_{el.} q_{i,P_1} + q_{i,P_2} + \dots} = \frac{\sum_{pads} Q_j X_j}{\sum_{pads} Q_j} = C.O.G.$$

Dali sme dokopy všetky náboje, indukované na jednotlivých padoch a napísali sme sumu cez pady v rade. Veľkosť celkového náboja (od všetkých elektrónov), indukovaného na j -tom pade som označil Q_j .

Na druhej strane, keď sa pozrieme na veličinu (7.9), môžeme použiť nasledovný argument. V menovateli rovnice (7.9) sa nachádza suma náhodných

⁵Prečo len približne bude prediskutované za chvíľočku.

veličín q_i . Tieto veličiny sú nezávislé a teda pre veľké počty zozbieraných elektrónov suma v menovateli konverguje k náhodnej premennej s Gaussovým rozdelením so strednou hodnotou $N\bar{q}$ a relatívne malou strednou kvadratickou odchýlkou, ktorá je rovná $\sqrt{N}\sigma_q$. V takomto prípade môžeme náhodnú veličinu v menovateli nahradiť jej strednou hodnotou a písať:

$$\frac{\sum_{el.} x_i q_i}{\sum_{el.} q_i} \rightarrow \frac{\sum x_i q_i}{N\bar{q}} = \frac{1}{N} \sum x_i \frac{q_i}{\bar{q}} = \frac{1}{N} \sum x_i g_i$$

Toto je veličina, ktorú sme použili na odhad vplyvu fluktuácií plynového zosilnenia na rozlíšenie. Ak zanedbávame fluktuácie v plynovom zosilnení, môžeme nahradiť g_i jednotkou a vtedy dostaneme rovnicu (7.3).

Teraz je potrebné vysvetliť, prečo x_i nie je presne polohou ťažiska nábojov, indukovaných na rade padov (znak približnej rovnosti v rovnici (7.10)). Lavína, vytvorená i -tým elektrónom indukuje na rovine padov rozdelenia náboja, ktorého hustota je daná PRF. Samotná PRF je vždy symetrická a preto je jej ťažisko totožné s polohou i -teho elektrónu. Problém sa objavuje, keď je PRF navzorkovaná padmi s konečnou šírkou podľa rovnice (6.8). Náboj, zozbieraný jedným padom je určený ako integrál z PRF cez plochu tohoto padu. Tá časť rozdelenia náboja, ktorá je zozbieraná na pade má tiež svoje ťažisko. Keď však počítame ťažisko zo všetkých nábojov, indukovaných na rade padov, predpokladáme, že náboje, zozbierané na padoch sú situované v ich stredoch. Ak stredy jednotlivých padov nie sú totožné s ťažiskami tých kúskov PRF, ktoré sú na týchto padoch zozbierané, môže vzniknúť systematické posunutie ťažiska voči skutočnej polohe stopy častice.

Toto je hlavný dôvod, kvôli ktorému vznikajú problémy s ťažiskovou metódou. V niektorých výhodných prípadoch, keď je poloha dráhy častice výnimočne vhodná sa môžu systematické posunutia navzájom eliminovať. Dochádza k tomu napríklad keď sa stopa častice nachádza presne nad stredom padu alebo presne uprostred medzi dvomi padmi.

Tieto efekty sme študovali pomocou simulačného programu *padres*. Generovali sme stopy častíc s fixovanými polohami pozdĺž drôtov, kolmo na ne. Difúzia bola vypnutá, čo zodpovedá nulovej dĺžke driftu. Použili sme priblíženie, pri ktorom sme PRF aproximovali ako Gausián so strednou kvadratickou odchýlkou $\sigma = 4 \text{ mm}$. Na obrázku (7.3) je zobrazená odchýlka polohy ťažiska, vypočítaného podľa rovnice (6.11) od skutočnej polohy vygenerovanej častice. Šírka padu bola v tomto prípade rovná $W = 2 \times \sigma_{PRF} = 8 \text{ mm}$. Súradnicová os pozdĺž vlákien je volená tak, že bod nula sa nachádza v strede padu. Je vidieť pekné vlnovky, odchýlka ťažiska indukovaných nábojov od skutočnej polohy častice je nulová v strede padu, potom rastie a opätovne

klesá k nule na hranici medzi dvomi padmi. Amplitúda týchto vlnoviek závisí od kvality vzorkovania, teda od pomeru $padwidth/\sigma_{PRF}$.

To, čo nás zaujíma je amplitúda týchto vlnoviek ako funkcia škálovacieho parametra, ktorým je pomer šírky padu ku strednej kvadratickej odchýlke PRF (rozdelenia indukovaného náboja). Táto funkcia je zobrazená na obrázku (7.4). Amplitúda vlnoviek sa drží na hodnote blízkej k nule a potom, akonáhle prekročí škálovací parameter hodnotu 2, začína prudko stúpať. Toto má veľký význam na optimalizáciu šírky padov v konkrétnych detektoroch. Na jednej strane je dobré, keď je šírka padov čo možno najväčšia, pretože vtedy je malý počet elektronických kanálov. Na druhej strane, keď je pomer šírky padu k veľkosti strednej kvadratickej odchýlky PRF väčší ako 2, ťažisková metóda nedáva dobré výsledky. Preto je vo väčšine prípadov vhodné používať pady so šírkou prispôbenou k veľkosti PRF tak, aby platilo $padwidth/\sigma_{PRF} \leq 2$.

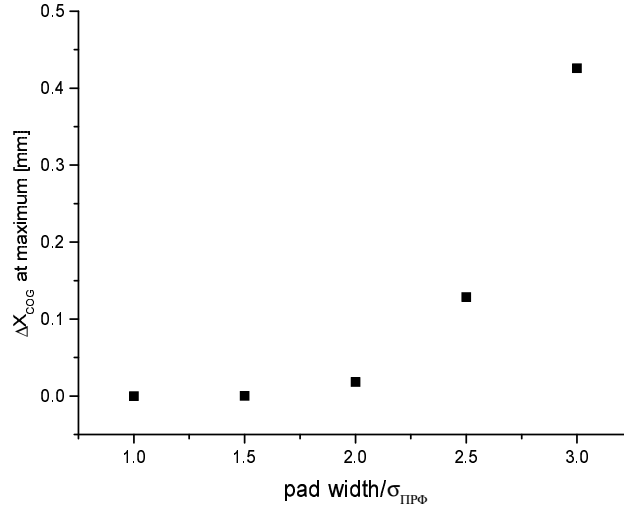
To, čo bolo povedané v tejto sekcii platí pre nulovú difúziu, výpočty boli prevedené tak, že dĺžka driftu bola nastavená na nulu. Keď zväčšujeme driftovú dĺžku, elektróny sa začínú zbierať na anódy v náhodných miestach. V tom prípade nie je rozhodujúcim parametrom pomer šírky padu k strednej kvadratickej odchýlke PRF, ale k strednej kvadratickej odchýlke širšieho rozdelenia, ktoré vznikne ako konvolúcia difúzie a PRF.

V smere driftu je situácia iná. Elektronika neprevádza integrovanie cez určitý časový interval, ale len vzorkuje veľkosti signálov vo vybraných okamžikoch. Preto nie je pre rozlíšenie v smere driftu dôležité, aká široká je odozvoová funkcia elektroniky, ale len to, či je symetrická.

7.4 Vplyv nastavenia prahov a šumov.

7.4.1 Vplyv nastavenia prahov.

V reálnej časovo-projekčnej komore sa berú do úvahy len tie časové vzorky, ktoré ležia nad prahom (zero supression treshold). Aplikácia prahov je nevy-



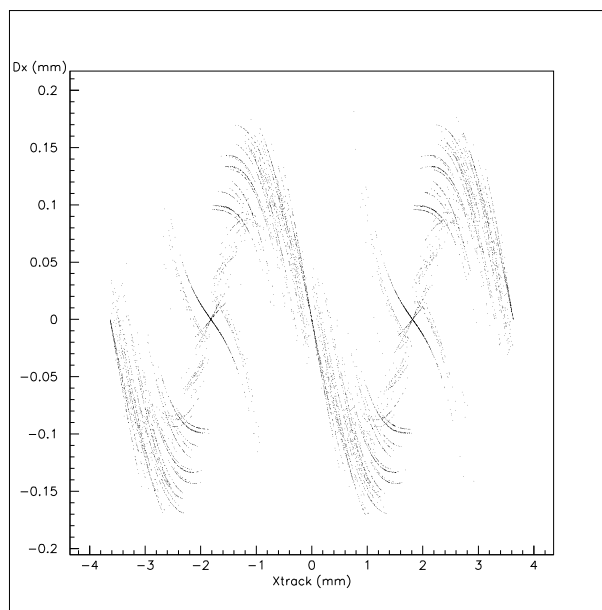
Obrázok 7.4: Nelinearita ťažiskovej metódy ako funkcia škálovacieho parametra. Je vidieť, že systematická chyba určenia polohy prudko rastie pre šírku padov väčšiu ako je dvojnásobok strednej kvadratickej odchýlky *PRF*.

hnutná, pretože radikálne znižuje veľkosť informácie, ktorú je treba zaznamenávať. Prahy sú však aj jedným z rozhodujúcich faktorov ovplyvňujúcich rozlíšenie.

V existujúcich komorách sa prahey aplikujú v dvoch etapách. Najprv sa vylúčia všetky časové vzorky (signály na pade v časovom reze), ktoré ležia pod úrovňou prahu. V druhom kroku sa kontroluje, či sa na každom pade nachádzajú aspoň dve po sebe nasledujúce časové vzorky nad úrovňou prahu. Signály na padoch, ktoré túto podmienku nespĺňajú sa pri ďalšom spracovávaní neberú do úvahy. Po aplikovaní celej tejto procedúry sa zo všetkých akceptovaných vzoriek vypočítajú projekcie na os padov a na časovú os a z týchto projekcií sa metódou váženého priemeru vypočítajú súradnice.

Diskusiu začneme od najjednoduchšieho prípadu. Prediskutujeme vplyv aplikácie prahov na jeden časový rez. Pad, nad ktorým sa nachádza stred rozdelenia náboja budeme nazývať centrálny pad. Aby bola diskusia jednoduchšia, predpokladajme, že sa tento stred nachádza nad pravou polovicou padu.

Signály v našom časovom reze sa nachádzajú na niekoľkých padoch. Pred-

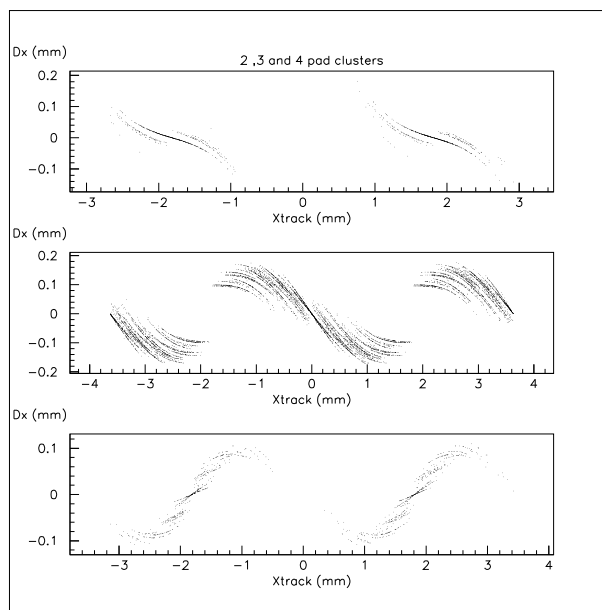


Obrázok 7.5: $X_{COG} - X_{track}$ ako funkcia polohy stopy častice.

pokladajme, že nad úrovňou prahu sa nachádzajú dva z nich. V takomto prípade je najväčší signál na centrálnom pade a nad prahom je ešte signál na pade, ktorý je od neho napravo. Nenulový signál je indukovaný aj na pade, ktorý sa nachádza od centrálneho padu naľavo, ten je však pod prahom a pri výpočte ťažiska sa považuje za nulový. Preto je vypočítaná poloha ťažiska posunutá oproti skutočnej polohe dráhy častice doprava.

Ak sa nad úrovňou prahu nachádzajú signály na troch padoch, najväčší z nich je na centrálnom pade, nasleduje pad napravo a naľavo. Nenulový signál je indukovaný aj na pade, ktorý sa nachádza o dva pady doprava od centrálneho, tento je však pod úrovňou prahu a zanedbáva sa. Preto je ťažisko posunuté oproti polohe stopy častice doľava.

Takýmto spôsobom je možné dokázať, že vždy vtedy, keď sa signály nad prahom indukujú na párnom počte padov je poloha ťažiska posunutá doprava a keď sú indukované na nepárnom počte padov, je posunutá smerom doľava. Čím viac padov má signály nad prahom, tým je informácia bohatšia a veľkosť tohoto posunutia menšia. Je to spôsobené tým, že ak sú indukované signály nad prahom na dvoch padoch, veľkosť signálu, ktorý je indukovaný na treťom pade (a zahodený kvôli prahom) je voči nim relatívne veľká. Ak sa nad prahom nachádzajú signály povedzme na šiestich padoch, veľkosť



Obrázok 7.6: $X_{COG} - X_{track}$ ako funkcia polohy pre rôzne počty padov nad prahom.

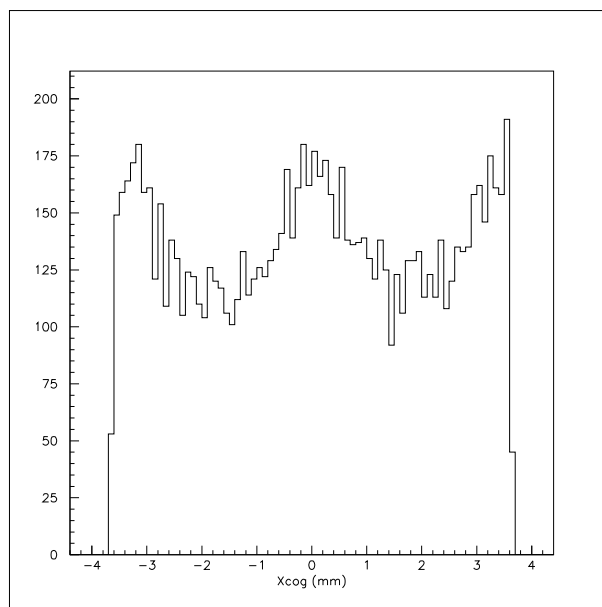
zahodeného signálu na siedmom pade je voči akceptovaným signálom malá.⁶

Rovnaké argumenty platia aj pre súradnicu v smere driftu.

Situácia sa skomplikuje pri výpočte projekcií na obidve súradnicové osi. Keď chceme získať projekciu napríklad na smer radu padov, musíme zložiť dohromady niekoľko časových rezov. Nenulové signály na nejakom určitom počte padov je potom možné získať rozličnými spôsobmi. Ak máme, napríklad nenulové signály na troch padoch, vieme len, že aspoň jeden časový rez obsahuje signály na troch padoch väčšie než je úroveň prahu (a teda aplikácia prahov na tento časový rez posúva ťažisko smerom doprava). S týmto časovým rezom mohlo byť zložených niekoľko iných časových rezov, ktoré obsahujú signály nad prahom len na dvoch padoch a preto posúvajú ťažisko smerom doľava. Neprijemným následkom skladania viacerých časových rezov je preto fakt, že aj pre častice, ktoré letia presne po tej istej dráhe môže byť posun ťažiska rôzny.⁷

⁶Pomery medzi veľkosťami signálov na susedných padoch sú fixované PRF.

⁷Keď zanedbáme difúziu, častice, ktoré letia presne po tej istej dráhe indukujú to isté rozdelenie náboja na padoch. Amplitúda týchto nábojov však môže byť rôzna podľa toho, akú veľkosť ionizácie častica zanechala (čo je dané Landauovskými fluktuáciami). Preto to, ktoré časové vzorky sú nad úrovňou prahov a ktoré pod ňou nie je určené len polohou

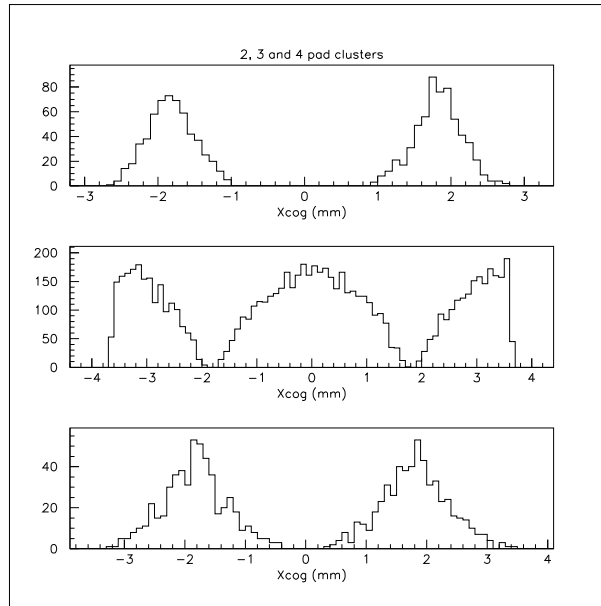


Obrázok 7.7: Rozdelenie vypočítaných polôh ťažiska pri homogénnom ožiarení.

Systematické posunutie ťažiska, vypočítaného po aplikácii prahov ako funkcia polohy dráhy častice je možné vidieť na obrázku (7.5). Simulácia bola prevedená v geometrii, zodpovedajúcej *MTPC* experimentu *Na49* s nulovou dĺžkou driftu (nulovou difúziou) a stopami častíc kolmými na drôty. Začiatok osi x je umiestnený v strede padu, poloha častíc sa mení od stredu padu, umiestneného naľavo od centrálneho až po stred padu napravo od neho.

Na obrázku (7.6) je znázornený ten istý obrazec, rozložený na príspevky od častíc, ktoré zanechali nenulové signály na dvoch padoch, troch padoch a štyroch padoch (v projekcii na rad padov). Počet rôznych kombinácií, ktorými môžeme dostať skladaním niekoľkých časových rezov takéto typy príspevkov je konečný, každej čiare na obrázku zodpovedá jedna takáto kombinácia. Relatívne zastúpenie jednotlivých týchto kombinácií je jednoznačne určené geometriou a *PRF*. Stále však platí, že pre častice, ktoré zanechali signály na nepárnom počte padov v projekcii je ťažisko posunuté smerom doľava (smerom k stredu padu), zatiaľ čo pre častice, ktoré zanechali signály na párnom počte padov je posunuté doprava (smerom ku kraju padu).

dráhy častice, ale aj veľkosťou ionizácie, ktorú vytvára.

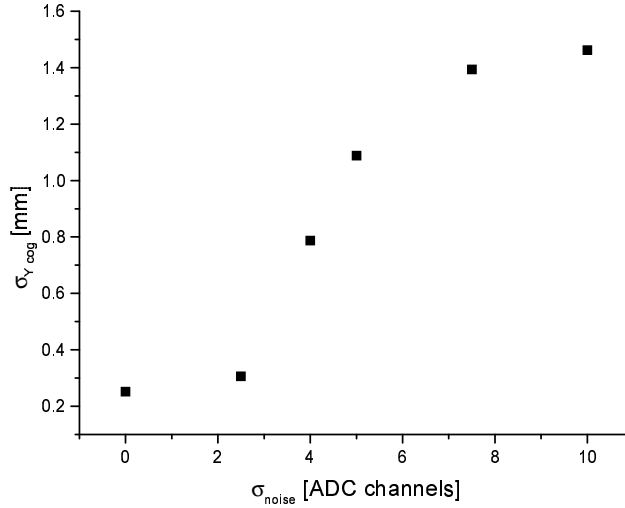


Obrázok 7.8: Vypočítané polohy ťažiska pre stopy rôznych typov.

Pravdepodobnosť toho, že častica vytvorí signály na nepárnom počte padov je prirodzene vyššia ak letí blízko pri strede padu, podobne to, že vytvorí signály na párnym počte padov je pravdepodobnejšie ak letí pri okraji padu. Keďže ťažiská pre nepárne počty aktívnych padov sú posunuté k stredu padov a ťažiská pre párne počty aktívnych padov sú posunuté k ich okraju, keď ožiarime komoru nekolimovaným homogénnym zväzkom a potom si nakreslíme polohy ťažísk, dostaneme niečo také, ako je zobrazené na obrázku (7.7). Amplitúda a tvar pozorovaných hrbov sú dané geometriou čiže relatívnym zastúpením častíc rôznych typov. Rekonštruované polohy ťažísk osobitne pre častice, ktoré vytvorili signály na dvoch, troch a štyroch padoch sú zobrazené na obrázku (7.8).

Pri väčších dĺžkach driftu začína hrať svoju úlohu aj difúzia. Elektróny sú zozbierané na rozličných miestach, rastie počet padov nad úrovňou prahov a preto sú hrby čoraz menej viditeľné.

Závislosti, ktoré je vidieť na obrázkoch (7.5) a (7.6) je možné použiť na výpočet korekcií, ktoré znížia systematickú chybu určenia polohy.



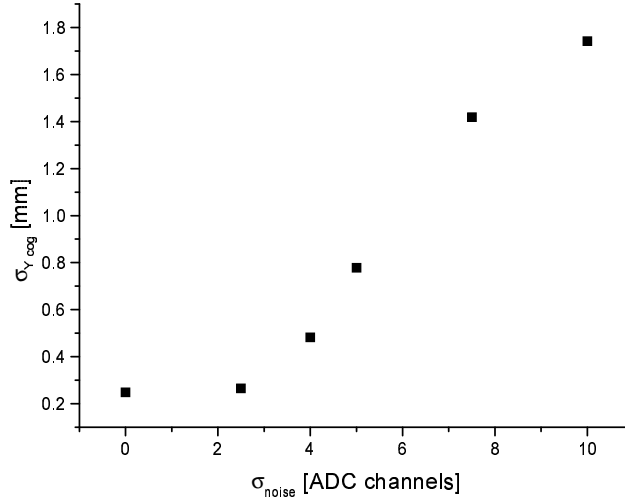
Obrázok 7.9: Rozlíšenie, viac ako dve vzorky nad prahom.

7.4.2 Vplyv šumov.

Ďalším významným faktorom, ktorý ovplyvňuje priestorové rozlíšenie Časovo–projekčnej komory je šum. TPC je zariadenie, ktoré je veľmi náchylné na to, aby trpelo vplyvom šumov. Najväčší signál je vytvorený v niekoľkých časových vzorkách, ktoré sú blízko k polohe prelietavajúcej častice. Väčšina časových vzoriek však obsahuje menšie signály, ktoré môže šum podstatne ovplyvniť. Keďže tieto signály sú ďalej od polohy častice, aj ich malá zmena, keď nám šum k signálom niečo pridá, alebo naopak zoberie, môže zapríčiniť významný posun ťažiska.

Vplyvu šumov na rozlíšenie sa nie je možné vyhnúť. Jediná možnosť je nastaviť koeficient zosilnenia elektroniky a koeficient plynového zosilnenia tak, aby bol pomer signálu k šumu čo možno najväčší. Potom musí byť elektronická trasa nastavená tak, aby sa šumy objavovali v niekoľkých spodných kanáloch analógovo–digitálneho prevodníka.⁸ Na druhej strane je potrebné registrovať signály s veľkými amplitúdami od častíc, ktoré sú na chvoste Landauovho rozdelenia bez saturácie elektroniky (aby nedošlo k problémom pri identifikácii). Táto požiadavka na druhej strane spôsobuje, že koeficien-

⁸Keďže najmenšie užitočné signály sú tesne nad úrovňou šumov, nie je možné všetky šumy natlačiť do jedného kanálu.



Obrázok 7.10: Rozlíšenie, viac ako tri vzorky nad prahom.

ty zosilnenia nemôžu byť hnané príliš vysoko ⁹ a pomer signálu k šumom nemôže byť príliš dobrý.¹⁰ Pomerne jednoduchou možnosťou je zvýšiť rozsah použitých *ADC*, toto však obvykle naráža na finančné problémy.

Veľkosť šumov súvisí s nastavením úrovne prahov (zero suppression threshold). Ak je prah nastavený nízko, sú menšie systematické posuny ťažísk častíc. Na druhej strane je potrebné odlíšiť užitočný signál od šumov. Preto sa zvyčajne používa nastavenie prahov na úroveň $2\sigma_s$.

Otázka šumov je úzko spojená s optimalizáciou programu, ktorý slúži na vyhľadávanie klastrov. Dobrá optimalizácia tohoto programu je mimoriadne dôležitá, ak je v komore veľa častíc s dráhami naklonenými voči radom padov alebo roviny padov (čo je prípad experimentu *ALICE*, kde niektoré častice letia pod uhlom 45° vzhľadom na rovinu padov). Ak častica letí pod veľkým uhlom k rovine padov, profil signálov v smere driftu nemá gaussovský tvar, častica zanecháva signály vo viacerých časových rezoch a veľkosť týchto signálov vzhľadom na šumy je malá. V takomto prípade môže byť ťažké správne rozlíšiť užitočný signál od šumu.

⁹Svoju úlohu samozrejme hrajú aj fyzikálne obmedzenia na prácu komory. Napríklad koeficient plynového zosilnenia musí byť nastavený tak, aby nedochádzalo k prierazom.

¹⁰Napríklad pre komory v experimente Na49 je typický pomer signálu k šumom 4–5 %.

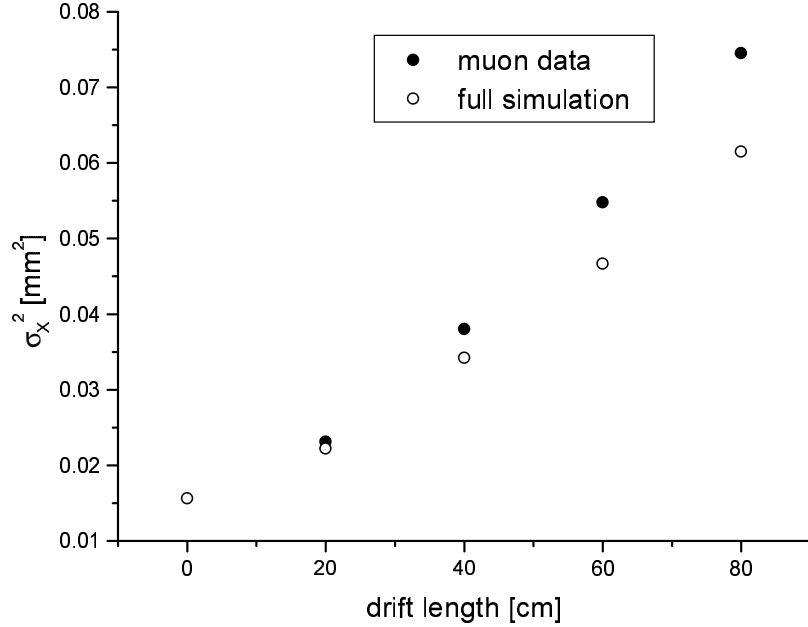
Na ilustráciu porovnáme dva jednoduché programy na rozpoznávanie klastrov, ktoré sme používali a prediskutujeme, ako sú tieto dva programy citlivé na úroveň šumov v prípade, že prahy nie sú nastavené na úroveň $2\sigma_s$. Na obrázku (7.9) je zobrazené rozlíšenie v smere osi y (smer driftu) ako funkcia strednej kvadratickej odchýlky šumu. Výpočet bol prevedený v geometrii zodpovedajúcej *VTPC*, prahy boli nastavené na 5 *ADC* kanálov, najpravdepodobnejšia maximálna hodnota v klastri bola nastavená na 55 *ADC* kanálov, dĺžka driftu bola 35 *cm*. Pre tento výpočet sme použili program na vyhľadávanie klastrov, ktorý akceptoval len signály na padoch, na ktorých boli aspoň dve časové vzorky za sebou nad úrovňou prahov. Pre porovnanie, na obrázku (7.10) je možné vidieť rozlíšenie pre program na vyhľadávanie klastrov, ktorý akceptoval pady s viac ako tromi časovými vzorkami nad úrovňou šumov. V smere radu padov sa rozlíšenie chová obdobne.

Kapitola 8

Porovnanie výsledkov simulácie s dátami.

Výsledky detailnej simulácie TPC pomocou programu *padres* sme porovnali s experimentálnymi dátami. Na tento účel sme použili miónové dáta, čo sú dáta, pri ktorých boli stopy vytvorené vysokoenergetickými miónmi, pochádzajúcimi z haló urýchľovača SPS. Tieto dáta sa zvyčajne používajú na kontrolu geometrie a vzájomných polôh jednotlivých komôr, magnetické pole je pri ich zbere vypnuté a ako trigger sa používa sústava scintilátorov, umiestnených pred a za detektorom, pracujúcich v koincidencii. Pre naše účely majú tieto dáta niekoľko výhod a jednu nevýhodu. Na jednej strane stopy častíc sú perfektne priame a pretínajú komory pod malými uhlami vzhľadom na drôty. Separácia medzi jednotlivými stopami je veľmi dobrá, takže nie sú problémy s ich vyhľadávaním ako aj s presluchmi (crosstalk) a narušením základnej úrovne elektroniky. Na druhej strane, keďže magnetické pole je počas zberu dát vypnuté, nemáme informáciu o hybnosti častíc. Keďže je známe, že väčšina miónov z haló je vysokoenergetická, predpokladali sme, že ich môžeme považovať za minimálne ionizujúce častice.

Na porovnanie s výsledkami simulácie sme použili komory MTPC, pričom sme sa obmedzili na sektory s veľkým rozlíšením (high resolution sectors). V týchto sektoroch sú drôty kolmé na rady padov. Stopy miónov sú prakticky kolmé na drôty, stredný uhol bol 0.75° , pričom rozdelenie uhlov bolo prakticky Gaussovské s parametrom $\sigma = 0.2^\circ$. Priestorové body, ktoré prislúchajú k jednej stope boli nafitované lineárnou funkciou. Rozlíšenie bolo potom určené ako stredná kvadratická odchýlka rozdielov polôh bodov a lineárneho fitu. Do tohoto rozdelenia boli použité len tie body, ktoré sa nenachádzajú



Obrázok 8.1: Rozlíšenie komôr a výsledok simulácie. Na vodorovnej osi je vynesená dĺžka driftu, na zvislej druhá mocnina rozlíšenia.

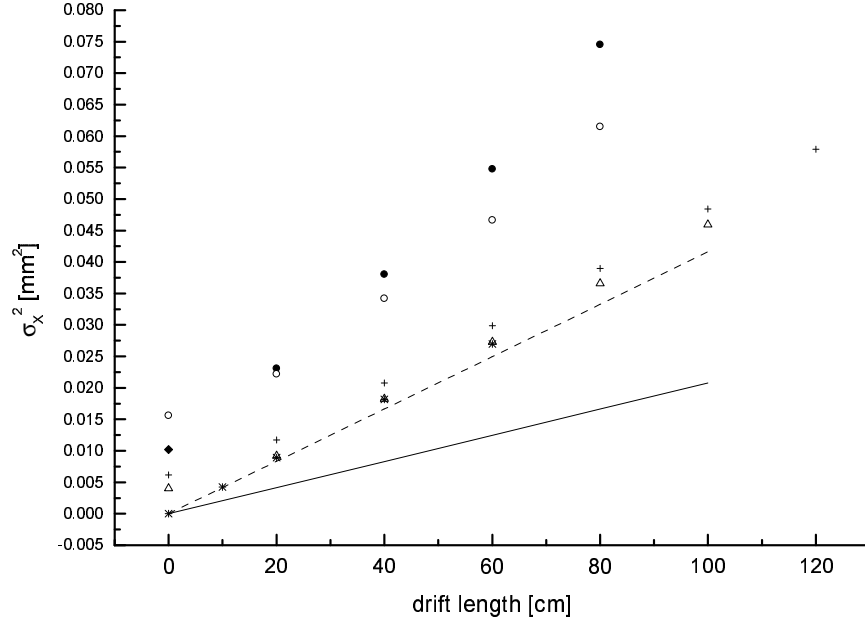
na okraji sektorov a v blízkosti pole formujúcich elektród (aby sa vylúčil vplyv nehomogenít elektrického poľa na rozlíšenie).

V prípade simulácie poznáme skutočnú polohu stopy častice, preto bolo rozlíšenie definované ako stredná kvadratická odchýlka rozdielov simulovaných zrekonštruovaných bodov a skutočnej polohy dráhy častice.

Na obrázku (8.1) je zobrazené priestorové rozlíšenie MTPC spolu s výsledkami simulácie (plné krúžky zodpovedajú dátam, prázdne výsledkom simulácie). Vidíme, že simulácia je v dobrom súlade s dátami, pričom predpovedá správnu hodnotu σ_0 , rozlíšenia pri nulovej dĺžke driftu. Vo vnútri komory, pri nenulových dĺžkach driftu simulácia predpovedá lepšie rozlíšenie, ako sa pozoruje. V strednej časti komory je tento rozdiel na úrovni 20%.

¹ Dáta indikujú, že rozlíšenie sa ďalej zhoršuje so zväčšovaním dĺžky driftu.

¹čo je porovnateľné s presnosťou simulácie, ktorá bude prediskutovaná neskôr



Obrázok 8.2: Faktory prispievajúce k rozlíšeniu TPC. Význam jednotlivých symbolov je podrobne popísaný v texte.

Monte Carlo simulácia nám umožňuje aj študovať relatívnu dôležitosť jednotlivých faktorov, ovplyvňujúcich rozlíšenie. Môžeme postupne zapínať jeden za druhým a sledovať, ako sa rozlíšenie blíži k pozorovanej hodnote.

Výsledky takéhoto Monte Carlo experimentu sú znázornené na obrázku (8.2). Plná čiara ukazuje príspevok od difúzie, ktorý bol vypočítaný podľa vzťahu

$$\sigma_X = \frac{D_T^P \sqrt{L_{drift}}}{\sqrt{N_{el}}}.$$

Čiarkovaná čiara zohľadňuje fluktuácie koeficientu plynového zosilnenia, ktoré vedú k vzniku multiplikatívneho faktora $\sqrt{2}$.

$$\sigma_X = \frac{\sqrt{2} D_T^P \sqrt{L_{drift}}}{\sqrt{N_{el}}} \quad (8.1)$$

Rozlíšenie, vypočítané podľa tohoto vzťahu je v dobrom súlade s výsledkami simulácie, do ktorej bola zahrnutá len difúzia a fluktuácie koeficientu plynového zosilnenia.² Tieto výsledky sú na obrázku (8.2) znázornené hviezdíčkami. Je vidieť, že závislosť σ_X^2 od dĺžky driftu je krásne lineárna, v súlade s teóriou. Náklon priamky je o voľačo väčší, než by zodpovedalo rovnici (8.1), čo je spôsobené členom $\sqrt{N_{el}}$ v menovateli. Pri použití formule (8.1) sme dosadili strednú hodnotu počtu zozbieraných elektrónov na rade padov. V skutočnosti je to náhodná veličina so širokým Landauovským rozdelením pravdepodobnosti.

Ako nasledujúci krok je zahrnutý vplyv nelinearity ťažiskovej metódy (trojuholníky). Je možné vidieť malé zhoršenie rozlíšenia, ktoré je viditeľné hlavne pre malé dĺžky driftu³. Nelinearita ťažiskovej metódy spôsobuje, že závislosť σ_X od dĺžky driftu nie je lineárna a okrem toho sa začína objavovať nenulové σ_0 .

Krížiky zodpovedajú simulácii so zahrnutím uhlových efektov. Aj keď je stredný uhol medzi stopami častíc a normálou na drôty malý, tento efekt je viditeľný a spôsobuje paralelný posun celej krivky.

Ako ďalší krok sme zapli šumy a nastavili nenulové prahy. Výsledok simulácie so zahrnutím všetkých spomínaných faktorov je znázornený otvorenými krúžkami. Je vidieť, že šumy a prahy dávajú významný príspevok do rozlíšenia komory. Relatívna dôležitosť šumov a prahov je znázornená symbolom v tvare diamantu, ktorý ukazuje hodnotu σ_0 pri realistickom nastavení prahov a pri nulových šumoch.⁴

Po zahrnutí šumov a prahov je závislosť σ_X^2 od dĺžky driftu prudko nelineárna. Ďalším príspevkom k tejto nelinearite (okrem nelinearity ťažiskovej metódy) sú kombinované efekty difúzie, šumov a prahov. Pri väčších dĺžkach driftu sú klastery širšie a náboje v jednotlivých vzorkách sú menšie, než pre malé dĺžky driftu. Preto je väčšia pravdepodobnosť, že šumy ovplyvnia polohu ťažiska klasteru. Okrem toho, keď je klaster širší, prahy odrezávajú väčšie množstvo užitočnej informácie, ktorá by mohla byť použitá na určenie polohy stopy častice.

Plné krúžky zodpovedajú pozorovanému rozlíšeniu komory.

Kvôli väčšej prehľadnosti nie sú na obrázkoch (8.1),(8.2) znázornené chyby. Pre dáta sú chyby pozorovaného rozlíšenia spolu s hodnotami uvedené v tabuľke (8).

²To znamená, že šum a prahy boli nastavené na nulu a častice leteli kolmo na drôty. Ďalej bolo potrebné vylúčiť vplyv nelinearity ťažiskovej metódy, čo sme dosiahli tak, že sme fixovali polohy stôp častíc v strede padov.

³Pre veľké dĺžky driftu dominuje difúzia.

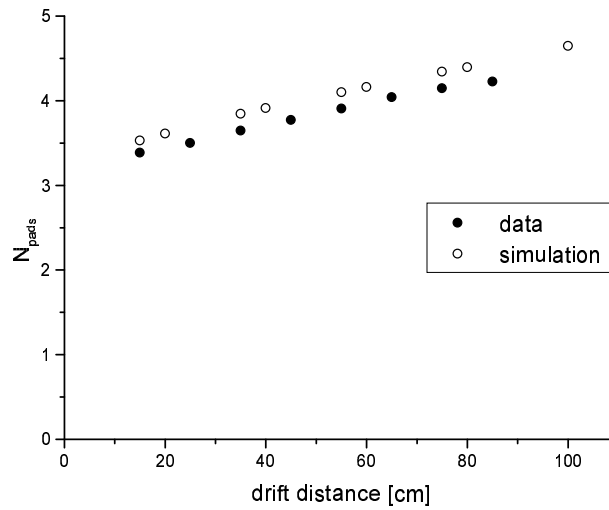
⁴V reálnej komore je však veľkosť šumov intímne spojená s nastavením prahov.

dĺžka driftu	rozlíšenie
20 cm	0.158 ± 0.0026 mm
40 cm	0.195 ± 0.0021 mm
60 cm	0.234 ± 0.0030 mm
80 cm	0.273 ± 0.0065 mm

Vidieť, že tieto chyby sú pomerne malé, čo je dané veľkým množstvom miónových stôp, ktoré boli použité na analýzu.

Pokiaľ ide o simuláciu, program *padres* nie je mimoriadne výpočtovo náročný, takže bolo možné udržať štatistické chyby simulácie na úrovni 1%.⁵

Rozhodujúce sú v tomto prípade systematické chyby simulácie. Odhadujem, že sa pohybujú na úrovni desať percent. Sú dané nepresnosťou vstupných parametrov, a to najmä strednej dráhy medzi dvomi aktmi primárnej ionizácie, difúzných koeficientov a PRF (napr. [13]).



Obrázok 8.3: Stredná veľkosť klastra ako funkcia dĺžky driftu. Na vodorovnej osi je dĺžka driftu, na zvislej stredný počet padov, na ktorých vznikli signály väčšie ako je úroveň prahov.

⁵Simulácia 10000 eventov so zmesou, založenou na Argóne trvala približne hodinu.

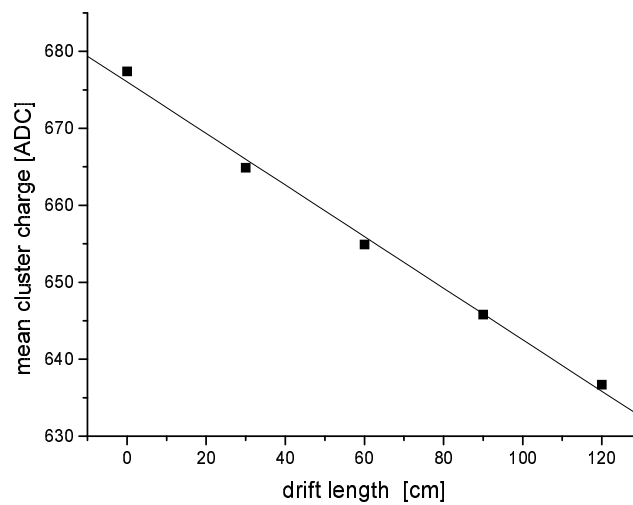
Ďalším simulovaným parametrom, ktorý sme porovnávali s dátami je rozdelenie veľkostí klastrov ako funkcia dĺžky driftu. Na tomto mieste pod veľkosťou klastru rozumiem počet padov v jednom klastri, na ktorých je signál nad úrovňou prahov.⁶

Relatívne zastúpenie 2, 3, 4a5–padových klastrov pre rôzne dĺžky driftu pre dáta a simuláciu vyzerá veľmi podobne. Rozdiel medzi simuláciou a dátami začne byť viditeľný až keď nakreslíme strednú veľkosť klastra ako funkciu dĺžky driftu (pozri obrázok (8.3)). Vidieť, že simulácia predpovedá veľmi podobné správanie strednej veľkosti klastrov ako je pozorované v dátach. V oboch prípadoch veľkosť klastra rastie lineárne s dĺžkou driftu. Priamky, popisujúce výsledok simulácie a dáta majú rovnaký sklon, sú však lineárne posunuté, pričom simulácia predpovedá väčšie veľkosti klastrov. Toto je v kvalitatívnom súlade s tým, čo sme pozorovali pri simulácii priestorového rozlíšenia, lebo väčšie klastre spôsobujú lepšie priestorové rozlíšenie.

⁶Kedže prahy sa aplikujú na jednotlivé časové vzorky, ide v podstate o počet padov, na ktorých je aspoň jedna časová vzorka nad úrovňou prahov.

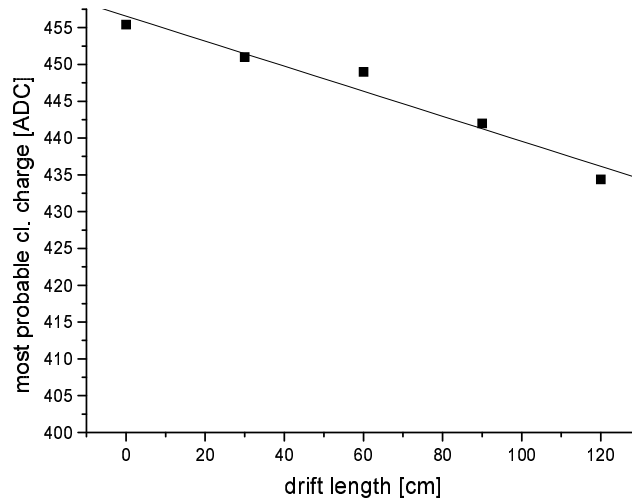
Kapitola 9

Straty náboja v dôsledku aplikácie prahov v TPC.



Obrázok 9.1: Stredná hodnota náboja klastra ako funkcia dĺžky driftu.

Významným problémom pre TPC, ktoré vykonávajú identifikáciu častíc po-



Obrázok 9.2: Najpravdepodobnejšia hodnota náboja klastra ako funkcia dĺžky driftu.

mocou signálov na padoch sú straty náboja závisiace od dĺžky driftu. Pri identifikácii častíc pomocou dE/dx meranou veličinou je celkový náboj v klastri, čo je suma signálov v časových vzorkách, ktoré boli nad úrovňou prahov. Celkové náboje v klastroch, vypočítané pre jednotlivé rady padov sa potom používajú na výpočet odříknutého priemeru (truncated mean). Preto akékoľvek straty náboja, ktoré závisia od dĺžky driftu musia byť pozorne študované a dodatočne odstránené pri kalibrácii dE/dx .

Najvýznamnejším efektom, ovplyvňujúcim straty náboja závisiace od dĺžky driftu je aplikácia prahov. Pri dlhších driftoch sú klastre širšie a signály v jednotlivých časových vzorkách sú menšie než pri krátkych driftoch. Väčšia časť klastra preto leží pod úrovňou prahov a je zahodená. Dôsledkom toho je, že dve identické častice, ktoré preleteli komorou v rôznych vzdialenostiach od proporcionálnych komôr vytvárajú klastre s rôznym celkovým nábojom.

Tento efekt sme študovali pomocou programu *padres*. Pri simulácii sme použili geometriu *MTPC*. Program sme nakalibrovali pomocou typických hodnôt pre túto komoru, teda $MAXADC = 65ADC$ kanálov, pričom úroveň prahov bola nastavená na 5 *ADC* kanálov. Šumy boli vypnuté a simulácia bola prevedená pre minimálne ionizujúce častice.

Výsledky simulácie sú znázornené na obrázku (9.1). Vidieť, že pokles stredného náboja v klastri lineárne závisí od dĺžky driftu, typická strata pri dĺžke driftu 1 m je 4.9 %.

Keďže celkový náboj klastra je náhodnou veličinou, ktorá sa riadi Landauovým rozdelením, môžeme charakterizovať straty náboja pomocou najpravdepodobnejšej hodnoty náboja klastra. Táto veličina ako funkcia dĺžky driftu je znázornená na obrázku (9.2). Závislosť je tiež lineárna, pričom relatívna strata náboja na 1 m driftu je 3.7 %.

Korekcie na stratu náboja, ktoré sa musia robiť počas kalibrácie dE/dx sa pohybujú na úrovni 7% na meter [2] (*MTPC*, zmeny strednej hodnoty náboja klastra). To je viac, než simulácia predpovedá. Vysvetľujeme si to prítomnosťou elektrónového záchytu v objeme detektora. Straty náboja v dôsledku elektrónového záchytu sú odhadované na úrovni 1 – 2 % na jeden meter driftu [2], [56].

Kapitola 10

Faktory, ovplyvňujúce šírku klastra v TPC.

10.1 Úvod.

Časovo–projekčné komory, ktoré pracujú na súčasných experimentoch, skúmajúcich relativistické zrážky ťažkých iónov pracujú v prostrediach s veľkými hustotami prelietavajúcich častíc.¹ Aby bolo možné rozlíšiť jednotlivé stopy častíc a efektívne ich identifikovať, detektor musí mať veľmi dobré dvojstopové rozlíšenie. Parameter, ktorý má rozhodujúci vplyv na dvojstopové rozlíšenie je šírka klastra. V tejto kapitole prediskutujeme základné fyzikálne faktory, ovplyvňujúce šírku klastra v TPC.

10.2 Difúzia a odozvová funkcia padu (PRF).

Nabitá častica vytvorí pri prechode plynom oblak elektrónov. Tieto driftujú smerom k proporcionálnym komorám, pričom súčasne s driftom aj difundujú. Stredná kvadratická odchýlka zmeny ich polohy v dôsledku difúzie je priamo úmerná konštante difúzie a druhej odmocnine z dĺžky driftu. Na to, aby bolo možné dosiahnuť dobré dvojstopové rozlíšenie, je nevyhnutné aby bola difúzia čo možno najmenšia. Preto bolo v minulosti veľa pozornosti venovanej optimalizácii plynovej zmesi v TPC (napríklad [20], [21],[22]).

Ďalším dôležitým faktorom je tvar a šírka rozdelenia náboja, indukovaného na rovine padov jednotlivými elektrónmi, čiže odozvová funkcia padu

¹Napríklad TPC v experimente *ALICE* bude pri centrálnych zrážkach olovo–oloivo vystavená tokom častíc rádu $0.1 - 0.2 \text{ 1/cm}^2$.

(Pad Response Function, PRF). Tvar a šírka PRF sú dané geometriou proporcionálnych komôr, šírka je približne rovná vzdialenosti medzi drôtmí a rovinou padov.

Teraz podrobnejšie prediskutujeme šírku klastra v smere pozdĺž citlivých vlákien. Prelietavajúca častica vytvorí n elektrónov. Elektróny sú zozbierané na anódach v miestach x_i a na rovine padov vyindukujú rozdelenie náboja $Q_i(x) = prf(x - x_i)$. Celkové rozdelenie náboja, indukovaného na rovine padov je sumou príspevkov od jednotlivých elektrónov

$$Q(x) = \sum_{i=1}^n prf(x - x_i) \quad (10.1)$$

Na určenie polohy stopy častice sa používa stredná hodnota rozdelenia náboja.

$$X_{klastra} = \frac{\int x Q(x) dx}{\int Q(x) dx} = \frac{\sum_i \int x prf(x - x_i) dx}{\sum_i \int prf(x - x_i) dx}$$

Keďže stredná hodnota $prf(x - x_i)$ je x_i , dostaneme:

$$X_{klastra} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

Túto formulu sme používali v kapitole, týkajúcej sa priestorového rozlíšenia TPC.

Šírku klastra môžeme zapísať v tvare:

$$W_{Q(x)} = \sigma^2[Q(x)] = \frac{1}{n} \sum_i \int x^2 prf(x - x_i) dx =$$

$$\frac{1}{n} \sum_i \sigma_{prf}^2 + \frac{1}{n} \sum_i x_i^2 = \sigma_{prf}^2 + \frac{1}{n} \sum_i x_i^2$$

2

K šírke klastra teda prispievajú dva členy. Prvý z nich je stredná kvadratická odchýlka PRF, čo je konštanta, závisiaca len od geometrie komory. Druhý člen popisuje rozdelenie polôh jednotlivých elektrónov v dôsledku difúzie.

²Kvôli jednoduchosti sme prespokladali, že stred klastra je v $x = 0$ a teda aj $\overline{x_i} = 0$. Predpokladáme teda, že vopred poznáme strednú hodnotu rozdelenia indukovaného náboja. Situácia je o čosi zložitejšia, ak je potrebné najprv určiť strednú hodnotu pozorovaného rozdelenia indukovaného náboja a až potom určiť šírku klastra. Zahrnutie týchto efektov vedie k vzniku ďalších členov, ktoré je možné zanedbať.

Šírka klastra teda pre rôzne stopy častíc fluktuuje okolo svojej strednej hodnoty

$$M[W_Q(x)] = M[\sigma_{prf}^2 + \frac{1}{n} \sum x_i^2] = \sigma_{prf}^2 + \sigma_{diff}^2. \quad (10.2)$$

$$M[W_Q(x)] = \sigma_{prf}^2 + D_T^2 L_{drift}$$

Stredná hodnota šírky klastra je teda sumou druhých mocnín stredných kvadratických odchýliek difúzie a PRF.

Môžeme sa zaujímať aj o veľkosť fluktuácií šírky klastra okolo jej strednej hodnoty. Tieto sú spôsobené druhým členom v rovnici (10.2). Vyjadríme disperziu tohoto člena.

$$\begin{aligned} D[\frac{1}{n} \sum_i x_i^2] &= \frac{1}{n^2} D[\sum_i x_i^2] = \frac{1}{n^2} (M[\sum_{i,j} x_i^2 x_j^2] - M[\sum_i x_i^2]^2) = \\ &= \frac{1}{n^2} M[\sum_{i,j} x_i^2 x_j^2] - \sigma_{diff}^4 \end{aligned}$$

Potrebuje vyjadriť $M[\sum_{i,j} x_i^2 x_j^2]$.

$$\begin{aligned} M[\sum_{i,j} x_i^2 x_j^2] &= \sum_{i \neq j} M[x_i^2] M[x_j^2] + \sum_i M[x_i^4] = \\ &= \sum_{i \neq j} \sigma_{diff}^4 + \sum_i 3\sigma_{diff}^4 = \sum_{i,j} \sigma_{diff}^4 + \sum_i 2\sigma_{diff}^4 = n^2 \sigma_{diff}^4 + 2n\sigma_{diff}^4 \end{aligned}$$

Pri predchádzajúcej úprave sme použili vzťah pre štvrtý moment Gaussovho rozdelenia

$$M[x^4] = \int_{-\infty}^{\infty} x^4 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = 3\sigma^4$$

Keď dáme všetky členy dohromady, dostaneme:

$$D[\frac{1}{n} \sum_i x_i^2] = \frac{1}{n^2} M[\sum_{i,j} x_i^2 x_j^2] - \sigma^4 = \frac{2\sigma_{diff}^4}{n}. \quad (10.3)$$

Tento výsledok hovorí, že veľkosť fluktuácií šírky klastra je daná veľkosťou difúzie a klesá s počtom elektrónov, zozbieraných na rade padov.

10.3 Vplyv fluktuácií koeficientu plynového zosilnenia.

V kapitole, týkajúcej sa priestorového rozlíšenia sme ukázali, že fluktuácie koeficientu plynového zosilnenia sú jedným z hlavných faktorov, prispievajúcich k rozlíšeniu TPC. V tomto paragrafe prediskutujeme ich vplyv na strednú šírku klastra a na veľkosť fluktuácií okolo tejto strednej hodnoty.

Ak chceme zahrnúť fluktuácie koeficientu plynového zosilnenia do našich úvah, musíme modifikovať formulu (10.1). Každý elektrón vytvorí lavínu o veľkosti q_i . Potom

$$Q(x) = \sum_{i=1}^n q_i \text{prf}(x - x_i). \quad (10.4)$$

V takomto prípade je šírka klastra nasledovná:

$$\begin{aligned} W_{Q(x)} &= \sigma^2[Q(x)] = \frac{\int x^2 \sum_i q_i \text{prf}(x - x_i) dx}{\int \sum_i q_i \text{prf}(x - x_i) dx} = \\ &= \frac{\sum_i q_i [\sigma_{PRF}^2 + x_i^2]}{\sum_i q_i} = \sigma_{PRF}^2 + \frac{\sum_i q_i x_i^2}{\sum_i q_i} \end{aligned}$$

Šírka klastra je opäť určená sumou dvoch členov, z ktorých prvý je šírka PRF, zatiaľ čo druhý je daný veľkosťou difúzie a fluktuáciami koeficientu plynového zosilnenia. Stredná hodnota šírky klastra je:

$$\begin{aligned} M\left[\frac{\sum_i q_i x_i^2}{\sum_i q_i}\right] &= \sum_i M\left[\frac{q_i}{\sum_i q_i}\right] \sigma_{diff}^2 = \\ \sigma_{diff}^2 \sum_i M\left[\frac{q_i}{\sum_i q_i}\right] &= \sigma_{diff}^2 M\left[\frac{\sum_i q_i}{\sum_i q_i}\right] = \sigma_{diff}^2 \\ M[W_{Q(x)}] &= \sigma_{PRF}^2 + \sigma_{diff}^2 \end{aligned} \quad (10.5)$$

Vidíme, že fluktuácie koeficientu plynového zosilnenia nemenia strednú hodnotu šírky klastra. Môžu však ovplyvniť veľkosť fluktuácií okolo tejto strednej hodnoty.

Napríklad, nech sú elektróny zozbierané v bodoch $x_1, x_2, \dots, x_n$. Ak prvý elektrón vytvorí veľmi veľkú lavínu, zatiaľ čo ostatné takmer nie sú zosilnené, šírka klastra sa rovná šírke Odozvovej funkcie padu. Na druhej strane, ak sa veľmi zosilnia dva vzdialené elektróny, šírka klastra môže byť veľmi

veľká. Aby sme odhadli veľkosť týchto efektov, vypočítame disperziu z $W_{Q(x)}$ daného rovnicou (10.4).

$$\begin{aligned} D[W_{Q(x)}] &= D\left[\frac{\sum q_i x_i^2}{\sum q_j}\right] = M\left[\left(\frac{\sum q_i x_i^2}{\sum q_j}\right)^2\right] - M\left[\frac{\sum q_i x_i^2}{\sum q_j}\right]^2 = \\ &= M\left[\left(\frac{\sum q_i x_i^2}{\sum q_j}\right)^2\right] - \sigma_{diff}^4 \end{aligned}$$

Potrebujeme vyjadriť prvý člen.

$$\begin{aligned} M\left[\left(\frac{\sum q_i x_i^2}{\sum q_i}\right)^2\right] &= \sum_{i,j} M\left[\frac{q_i q_j x_i^2 x_j^2}{\sum_{i,j} q_i q_j}\right] = \\ &= \sum_{i,j} M\left[\frac{q_i q_j}{\sum q_i q_j}\right] M[x_i^2 x_j^2] \end{aligned}$$

Výraz môžeme ďalej zjednodušiť.

$$\begin{aligned} \sum_{i,j} M\left[\frac{q_i q_j}{\sum q_i q_j}\right] M[x_i^2 x_j^2] &= \sum_{i \neq j} M\left[\frac{q_i q_j}{\sum q_i q_j}\right] M[x_i^2 x_j^2] + \\ \sum_{i=j} M\left[\frac{q_i q_j}{\sum q_i q_j}\right] M[x_i^4] &= \sum_{i \neq j} M\left[\frac{q_i q_j}{\sum q_i q_j}\right] \sigma_{diff}^4 + \sum_{i=j} M\left[\frac{q_i q_j}{\sum q_i q_j}\right] 3\sigma_{diff}^4 = \\ &= \sum_{i,j} M\left[\frac{q_i q_j}{\sum q_i q_j}\right] \sigma^4 + 2\sigma^4 \sum_{i=j} M\left[\frac{q_i q_j}{\sum q_i q_j}\right] = \\ &= M\left[\frac{\sum_{i,j} q_i q_j}{\sum q_i q_j}\right] \sigma^4 + 2\sigma^4 M\left[\frac{\sum q_i^2}{\sum q_i q_j}\right] = \sigma_{diff}^4 + 2\sigma_{diff}^4 M\left[\frac{\sum q_i^4}{\sum q_i q_j}\right] \end{aligned}$$

Z toho dostaneme nasledovný vzťah pre disperziu:

$$D\left[\frac{\sum q_i x_i^2}{\sum q_i}\right] = 2\sigma_{diff}^4 M\left[\frac{\sum_{i=1}^n q_i^2}{\sum_{i,j=1}^n q_i q_j}\right] \quad (10.6)$$

Náhodná veličina q_i popisuje fluktuácie koeficientu plynového zosilnenia a v tom najjednoduchšom prípade je popísaná exponenciálnym rozdelením ([51]). Bohužiaľ ani pre takéto jednoduché rozdelenie nie je možné vypočítať strednú hodnotu v rovnici (10.6) analyticky.

Našťastie je možné pomerne jednoducho vyjadriť asymptotické priblíženie k (10.6) v prípade veľkého počtu elektrónov. Vtedy totiž platí:

$$M\left[\frac{\sum_i q_i^2}{\sum_{i,j} q_i q_j}\right] \approx M\left[\frac{n(\sigma_q^2 + \bar{q}^2)}{n^2 \bar{q}^2}\right] = \frac{\sigma_q^2 + \bar{q}^2}{n \bar{q}^2} = \frac{2}{n} \quad (10.7)$$

Táto formula je dostatočne jednoduchá, musíme však zistiť, či je počet elektrónov, ktoré sa v štandardnom prípade zozbierajú na rade padov dostatočne veľký. Na to je potrebné použiť numerické integrovanie. V tomto prípade je priamočiare použiť integrovanie metódou Monte Carlo. Touto metódou som vypočítal príslušnú strednú hodnotu s presnosťou lepšou ako 0.1%, výsledky výpočtu pre rôzne hodnoty n sú nakreslené na obrázkoch (10.1,10.2).

Z obrázkov je vidieť, že asymptotickú formulu pre $M[\frac{\sum q_i^2}{\sum q_i q_j}]$ je možné použiť už pre počet elektrónov väčší ako 10. Za pomoci tohoto priblíženia dostaneme:

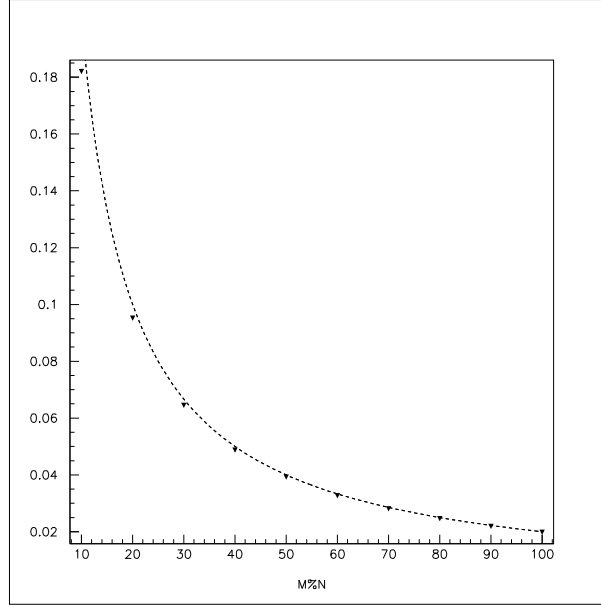
$$D[\frac{\sum q_i x_i^2}{\sum q_i}] \approx 2\sigma_{diff}^4 \frac{2}{n}. \quad (10.8)$$

Tento vzťah môžeme porovnať so vzťahom odvodeným bez zahrnutia fluktuácií koeficientu plynového zosilnenia (10.3). Vidíme, že fluktuácie koeficientu plynového zosilnenia nemenia strednú hodnotu šírky klastra, zväčšujú však jej disperziu faktorom 2. Situácia je podobná na tú, ktorú sme diskutovali v kapitole, týkajúcej sa priestorového rozlíšenia. Stredná hodnota–poloha stopy častice nie je fluktuáciami ovplyvnená, ale veľkosť fluktuácií odmeranej polohy–rozlíšenie je väčšia.

Rovnaké argumenty platia pre šírku klastra v smere driftu. Stredná kvadratická odchýlka priechnej difúzie musí však byť nahradená pozdĺžnou difúziou a šírka odozvovej funkcie padu (PRF) musí byť nahradená šírkou odozvy elektroniky (šírkou tvarovania–shaping width).

10.4 Vplyv konečnej šírky padu a vzorkovania indukovaného rozdelenia náboja.

V reálnom experimente je profil náboja, indukovaného na rovine padov vzorkovaný pomocou radov padov s konečnými rozmermi. Ak sa zaujímame o veľkosť náboja, ktorý bol indukovaný jedným elektrónom a zozbieraný na pade s konečnou šírkou ako o funkciu vzdialenosti medzi polohou elektrónu a stredom padu, dostaneme integrálnu odozgovú funkciu padu (Integral

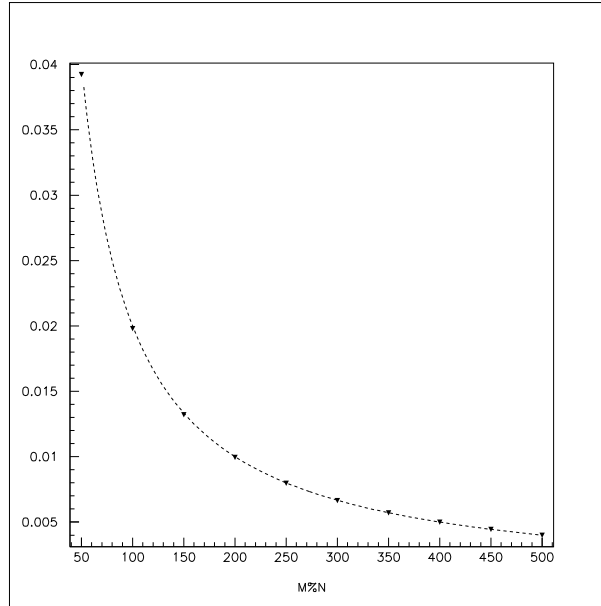


Obrázok 10.1: Hodnota $M[\frac{\sum q_i^2}{\sum q_i q_j}]$ ako funkcia počtu zozbieraných elektrónov.

Pad Response Function). Táto integrálna funkcia je širšia než pôvodný profil indukovaného náboja. Príklad je uvedený na obrázku (10.3). Originálna meraná PRF, aproximovaná Endovým vzťahom (6.6) s $L = 1.88 \text{ mm}$ bola navzorkovaná padmi so šírkou 3.47 mm (geometria *VTPC*). Šírka integrálnej odozvovej funkcie padu je viditeľne väčšia než šírka pôvodného rozdelenia náboja.

Pri zväčšovaní šírky padu rastie aj šírka integrálnej odozvovej funkcie padu. Na obrázku (10.4) je možné vidieť strednú kvadratickú odchýlku integrálnej odozvovej funkcie padu ako funkciu pomeru šírky padu k šírke pôvodnej PRF. Je vidieť, že so zväčšovaním šírky padu jej šírka rastie, pre šírky padu menšie ako je šírka PRF spočiatku pomaly, pre šírky padu väčšie rýchlo. V asymptotickom prípade veľmi širokého padu je šírka integrálnej odozvovej funkcie padu rovná šírke padu.

V smere driftu je situácia odlišná. Zatiaľ čo v smere drôtov je indukovaný náboj zbieraný (integrovaný) z celej plochy padov, v časovom smere sa elektronický signál vzorkuje pomocou kondenzátorových polí (Switched Capacitor Array, SCA) alebo rýchlych analógovo–digitálnych prevodníkov (Fast ADC). Tieto zariadenia nevykonávajú časovú integráciu náboja, skôr mera-



Obrázok 10.2: Hodnota $M[\frac{\sum q_i^2}{\sum q_i q_j}]$ ako funkcia počtu zozbieraných elektrónov.

jú amplitúdu signálu v danom okamihu. Preto takéto vzorkovanie nevedie k rozširovaniu odozvovej funkcie.³

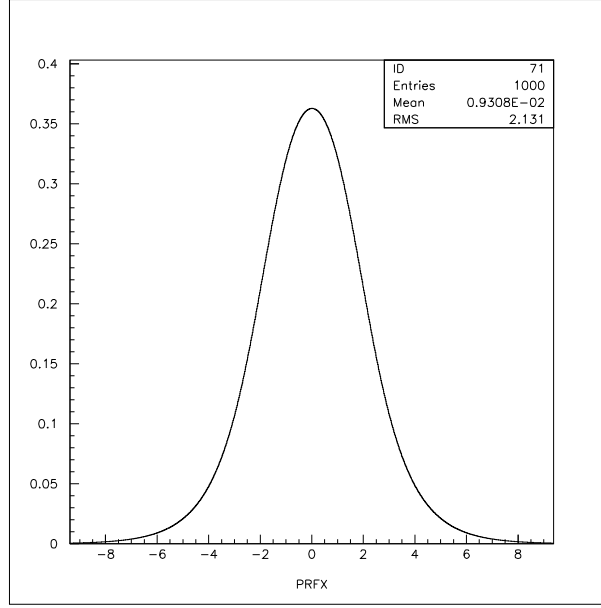
10.5 Vplyv šumov, prahov, digitalizácie a odozvovej funkcie elektroniky.

Ďalšími faktormi, ovplyvňujúcimi šírku klastra sú šumy a im zodpovedajúce prahy. Tieto faktory majú tendenciu znižovať šírku klastra, lebo časové vzorky na okraji klastrov sú veľmi citlivé na šumové fluktuácie a sú často po aplikovaní prahov odrezané. Veľkosť tohoto efektu je daná veľkosťou šumov a tým pádom aj nastavením prahov v konkrétnom detektore.

Vplyv spomínaných faktorov môžeme najlepšie ilustrovať na výsledkoch simulácie. Použili sme geometriu zodpovedajúcu *VTPC2*.⁴ Šírku klastra pre

³Môže vzniknúť obrátený efekt, keď zväčšujeme časový interval medzi dvomi vzorkami, šírka klastra v smere driftu sa znižuje. V limitnom prípade jednej časovej vzorky na klaster sa jeho šírka znižuje na nulu. Nie je mi však známe žiadne použitie tejto finty v praxi.

⁴Podrobnosti je možné nájsť v kapitole (6.9), pripomením len, že $\sigma_L = 220 \mu m / \sqrt{cm}$



Obrázok 10.3: Integrálna odozvoová funkcia padu. Na vodorovnej osi je súradnica pozdĺž drôtov v cm . Integrálna odozvoová funkcia vznikla preintegrovaním odozvovej funkcie s $L = 1.88 \text{ mm}$ cez plochu padov so šírkou 3.47 mm .

stopy kolmé na drôty sme vypočítali pre rozličné dĺžky driftu podľa vzťahu:⁵

$$W_{Q(x)} = \frac{\sum_{pady} X_{Pi}^2 Q_{Pi}}{\sum_{pady} Q_{Pi}} \quad (10.9)$$

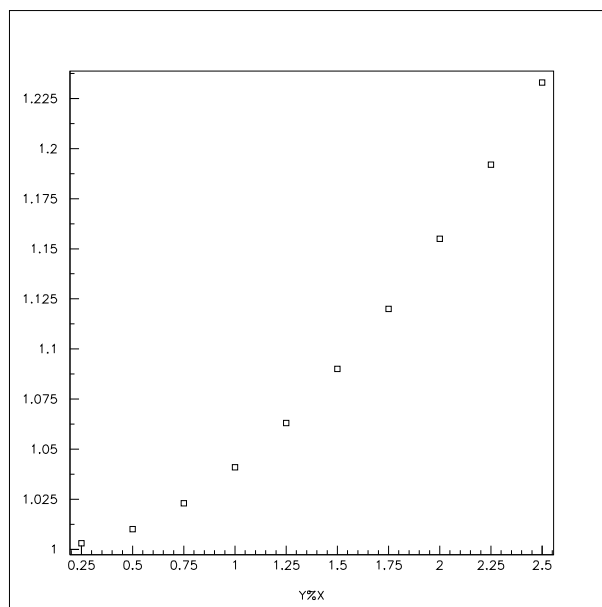
kde Q_{Pi} a X_{Pi} sú zozbieraný náboj a poloha stredu i -teho padu. Závislosť vypočítanej šírky klastru od dĺžky driftu sme nafitovali lineárnou funkciou v tvare:

$$W_{Q(x)} = A + BL_{driftu}$$

Kompletná simulácia, so zarátaním šumov a prahov dáva hodnoty parametrov $\sqrt{A} = 1.99 \text{ mm}$, $\sqrt{B} = 0.120 \text{ mm}/\sqrt{cm}$ v smere radu padov (os x) a $\sqrt{A} = 1.68 \text{ mm}$, $\sqrt{B} = 0.18 \text{ mm}/\sqrt{cm}$ v smere driftu (os y). Po vypnutí šumov a nastavení úrovne prahov na nulu sa šírka klastrov zväčšila, v smere osi x $\sqrt{A} = 1.98 \text{ mm}$, $\sqrt{B} = 0.134 \text{ mm}/\sqrt{cm}$ a v smere osi y $\sqrt{A} = 1.55 \text{ mm}$, $\sqrt{B} = 0.187 \text{ mm}/\sqrt{cm}$.

a $\sigma_T = 150 \text{ } \mu\text{m}/\sqrt{cm}$.

⁵Je to vlastne kvadrát šírky, jeho rozmer je cm^2 .



Obrázok 10.4: Rozširovanie integrálnej odozvovej funkcie padu. Na horizontálnej osi je uvedený pomer medzi šírkou padu a šírkou *PRF*, na zvislej osi šírka integrálnej odozvovej funkcie. Šírka pôvodnej *PRF* je jednotková.

Podobný účinok ako aplikácia prahov má aj digitalizácia. Zozbieraný náboj, ktorý je svojou podstatou charakterizovaný reálnym číslom je prevedený na prirodzené číslo. Výsledný efekt je rovnaký, ako keby sme efektívne nastavili prah na 1 kanál *ADC*. Keď sme v programe vypli analógovo-digitálnu konverziu, šírka klastra ďalej narástla: v smere osi x $\sqrt{A} = 2.13 \text{ mm}$, $\sqrt{B} = 0.148 \text{ mm}/\sqrt{\text{cm}}$ a v smere osi y $\sqrt{A} = 1.595 \text{ mm}$ a $\sqrt{B} = 0.199 \text{ mm}/\sqrt{\text{cm}}$.

Pokiaľ ide o os x , tieto hodnoty sú veľmi blízko k tomu, čo možno očakávať. Hodnota parametra $\sqrt{A}$ je o voľáčo väčšia než je šírka *PRF*, čo možno vysvetliť pomerne veľkou šírkou padov v komore *VTPC2*. Hodnota parametra $\sqrt{B}$ je veľmi blízko ku hodnote koeficientu transversálnej difúzie.

V smere osi y je hodnota parametra $\sqrt{A}$ blízka k šírke odozvy elektroniky. Veľmi zaujímavá je hodnota koeficientu $\sqrt{B}$, ktorá je podstatne menšia než hodnota koeficientu longitudinálnej difúzie. Tento efekt je spôsobený tvarom odozvovej funkcie elektroniky experimentu *Na49*, ktorá je nesymetrická a má podkmit. Elektróny z klastra, ktoré sú zozbierané ako prvé vytvárajú podkmit. Signály od elektrónov, ktoré dorazia neskôr sú naložené na týchto

podkmitoch a šírka klastra je teda menšia než by bola pre signály bez podkmitu.⁶ Veľkosť tohoto efektu je úmerná veľkosti difúzie a preto ho môžeme pozorovať vo forme zmeny sklonu priamky, popisujúcej závislosť šírky klastra od dĺžky driftu. Keď použijeme symetrickú odozvovú funkciu s rovnakou šírkou, dostaneme hodnotu parametra $\sqrt{B} = 0.216 \text{ mm}/\sqrt{cm}$, čo je blízko k očakávanej hodnote.

⁶Na prvý pohľad sa zdá, že menší klaster je výhodou. Skutočne, menší klaster znamená lepšiu schopnosť rozlíšiť dve blízke stopy. Problémy vznikajú pri identifikácii, ak sa jeden klaster naloží na podkmit druhého, zmenší to jeho pozorovaný celkový náboj.

Časť III

Štúdium produkcie baryónových rezonancií v protón–protónových zrážkach.

Kapitola 11

Základné problémy spojené so štúdiom produkcie rezonančných stavov.

Štúdium produkcie silno sa rozpadajúcich baryónových rezonancií v hadrónových zrážkach je zaujímavou experimentálnou oblasťou so silnou teoretickou motiváciou. V typickom experimente vo fyzike vysokých energií je možné registrovať len stabilné častice. Veľká časť z nich však môže byť produktom rozpadov rezonancií. V takom prípade merané hybnostné rozdelenia pozorovaných stabilných častíc nie je ani tak odrazom vlastnej dynamiky reakcie, ako skôr produktom kinematických vlastností rozpadov rezonancií. Pred experimentátormi tak vyvstáva úloha určiť relatívne zastúpenie produktov rozpadu rezonancií medzi registrovanými časticami.

Prvá baryónová rezonancia Δ^{++} bola objavená už v roku 1952 skupinou pod vedením Enrika Fermiho [4]. Bola pozorovaná pri skúmaní totálneho účinného prierezu reakcií π^+p a π^-p , pričom merania ukázali prudký nárast účinného prierezu ako funkcie energie pre oba typy reakcií, pričom pozorovaný nárast mal tvar rezonančnej krivky. Ďalšie dôkladné merania ukázali [8], že sa skutočne jedná o baryónovú rezonanciu so spinom $3/2$ a izospinom $3/2$, prvú pozorovanú rezonanciu v časticovej fyzike.

V nasledujúcom období došlo k explozívne nárastu počtu objavených rezonancií. K baryónovým rezonanciám, ktoré boli pozorované väčšinou vo formačných experimentoch (napríklad $p\pi^+ \rightarrow \Delta^{++} \rightarrow p\pi^+$, pričom pozorujeme totálny účinný prierez reakcie ako funkciu energie) došlo aj k objavom mezónových rezonancií, ktoré sa pozorujú výhradne v produkčných experimentoch (napríklad $p\pi^+ \rightarrow p\pi^+\rho^0 \rightarrow p\pi^+\pi^-\pi^+$, pričom pozorujeme

rezonančný pík v rozdelení invariantných hmotností systému $\pi^+\pi^-$). Potreba klasifikovať všetky možné rezonančné a stabilné stavy viedla ku vzniku kvarkového modelu.

V prípade silno sa rozpadajúcich rezonancií, typické stredné doby života sa pohybujú na úrovni okolo 10^{-23} s. Preto nie je možné pozorovať sekundárne vertexy a je nutné použiť nepriame metódy. Štandardným nástrojom, ktorý sa v takomto prípade používa je rozdelenie invariantných hmotností. Pre všetky páry častíc, ktoré pripadajú do úvahy vypočítame invariantnú hmotnosť a jej hodnotu vložíme do histogramu. V takomto histograme je možné vidieť široké kombinatorické pozadie spôsobené náhodnými kombináciami častíc, ktoré nepochádzajú z tej istej rezonancie a na ňom naložený relatívne malý hrbolček, ktorý zodpovedá príspevku od rezonancie.

Na to, aby bolo možné odmerať účinný prierez pre produkciu rezonancie, je potrebné rozlíšiť tieto dve zložky. S tým sú spojené dva charakteristické okruhy problémov, ktoré sa zvyknú vyskytovať pri akomkoľvek meraní účinných prierezov krátkožijúcich častíc v hadrónových zrážkach.

Pri experimentoch, pracujúcich s vysokoenergetickými zväzkami častíc je pomer signálu k pozadiu zvyčajne pomerne malý. Toto platí dokonca aj vtedy, ak je väčšina stabilných častíc produkovaná prostredníctvom rozpadov rezonancií. Dôvodom je veľký počet náhodných kombinácií, ktoré sa objavujú v procesoch, pre ktoré sú typické veľké multiplicity. Predpokladajme napríklad, že všetky stabilné častice sú produktami dvojčasticových rozpadov jedného typu rezonancie. V udalostiach so strednou multiplicitou n je stredný počet príspevkov do signálu $n/2$, zatiaľ čo počet príspevkov do pozadia je úmerný $(n/2)((n-1)/2)$. Pomer signálu k pozadiu $2/(n-1)$ je tým pádom nepriamo úmerný strednému počtu vyprodukovaných stabilných častíc.

Druhý problém je spojený s tým, že neexistuje fundamentálna metóda, ktorá by umožňovala vypočítať tvar pozadia. V niektorých prípadoch je možné aproximovať tvar pozadia jednoduchou krivkou ¹ a fitovať dáta funkciou, ktorá je lineárnou kombináciou Breit–Wignerovej funkcie a pozadia. Bohužiaľ tento postup nie je možné použiť v prípade širokých rezonancií, ktoré sa navyše môžu nachádzať v oblasti maxima pozadia. (Čo je napríklad prípad Δ^{++} .)

Na riešenie spomínaných problémov bola navrhnutá metóda miešania udalostí (event mixing) (napríklad [27], [49]), ktorá bola neskôr aj použitá v rôznych aplikáciách (napríklad [26], [1]). Myšlienka, o ktorú sa táto metóda

¹V okolí kinematického prahu sa obvykle predpokladá, že pozadie sa správa ako dvojčasticový fázový priestor, v oblasti veľkých invariantných hmotností sa obvykle aproximuje exponenciálnou funkciou.

opiera je jednoduchá. Dvojice častíc, ktoré sú produktmi rozpadov rezonancií sú silne korelované, zatiaľ čo pozadové páry korelované nie sú. Preto musí byť možné vypočítať tvar pozadia tak, že zostrojíme rozdelenie invariantných hmotností pre páry častíc, ktoré pochádzajú z rôznych udalostí (dve častice, ktoré boli vyprodukované v rôznych udalostiach určite nemôžu pochádzať z jednej rezonancie).

Aj keď je základná myšlienka jednoduchá, jej aplikácia na reálne dáta nie je úplne triviálna. V literatúre, venujúcej sa miešaniu udalostí je možné nájsť veľa variant tejto metódy a aj veľa pochybností o jej použiteľnosti. Najhlbší pohľad na použitie metódy miešania udalostí možno nájsť v prácach H.G.Fischera a jeho spolupracovníkov [27, 49]. V týchto prácach autori ukázali, že miešané spektrum nereprodukuje pozadie, ale možno ho chápať ako pozadie, na ktorom je naložená široká štruktúra, vytvorená miešaním produktov rezonancií, vzniknutých v rôznych udalostiach. Bolo navrhnuté, aby sa počet rezonancií získaval zo spektra, ktoré vznikne odčítaním miešaného spektra od pôvodného spektra invariantných hmotností pomocou Monte Carlo simulácie. Autori si aj všimli, že nimi navrhovaná verzia metódy miešania udalostí funguje správne len vtedy, ak sa na udalosti aplikuje správne selekčné kritérium. Výber selekčného kritéria však zostal záležitosťou citu a umeleckého cítenia fyzika, ktorý dátami pracuje. Podobne nebolo vysvetlené, prečo vlastne treba selekčné kritérium aplikovať.

Keďže dáta, ktoré som mal k dispozícii boli veľmi kvalitné a umožnili mi použiť niekoľko variánt miešania udalostí, rozhodol som sa odskúšať viaceré z nich. Postupom času som zistil, že metóda, navrhovaná Fischerom je naozaj vhodná na extrakciu účinných prierezov baryónových rezonancií. Pri experimentovaní s dátami a simulovanými dátami sa ukázalo že vo výbere selekčného kritéria nie je prakticky žiadna voľnosť a že jediná možnosť, ktorá zaručuje správnu reprodukciu pozadia znamená zafixovanie hybnostného intervalu aspoň jednej z dcérskych častíc.² Svoje postrehy, týkajúce sa metódy miešania udalostí som uviedol v Dodatku (B).

V tejto časti práce popíšem, ako je možné z dát, pomocou mnou navrhovaného selekčného kritéria dospieť až k účinným prierezom pre produkciu rezonancie. Experimentálne výsledky, týkajúce sa produkcie Δ^{++} v pp zrážkach sú vo veľmi dobrom súlade s hodnotami z predchádzajúcich experimentov.

²Na rozdiel od fixovania hybnostného intervalu materskej rezonancie, čo by bola prirodzená voľba, keďže veličina, ktorú chceme merať je $d\sigma/dx_F$.

Kapitola 12

Selekcia identifikovaných častíc.

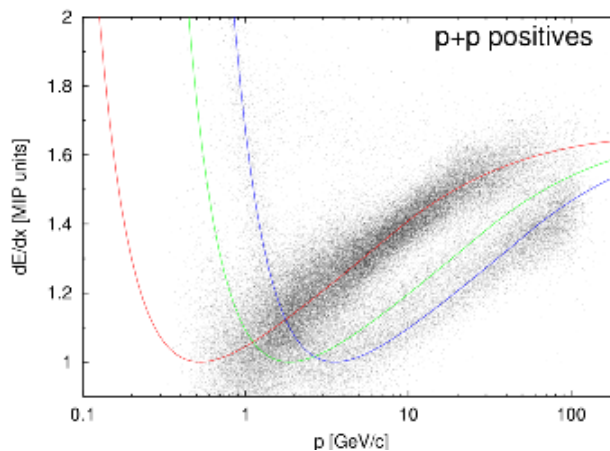
Ako som už spomenul v kapitole (5), experiment *Na49* vykonáva identifikáciu nabitých častíc v oblasti relativistického rastu. Dobrá identifikácia nám umožňuje vybrať si čistú vzorku častíc určitého typu a tak znížiť pozadie v rozdelení invariantných hmotností. Keďže sa zaujímame hlavne o baryónové rezonancie, sú pre nás dôležité hlavne identifikované protóny a pióny.

12.1 Metóda odfiknutého priemeru.

Myšlienka, ktorá sa skrýva za touto metódou je veľmi jednoduchá. Mera-
ním zakrivenia dráhy častice v magnetickom poli odmeriame hybnosť častice (ktorá je úmerná prevrátenej hodnote polomeru krivosti jej dráhy). Stredná hodnota ionizačných strát je daná Bethe-Blochovou formulou (3.1), ktorá závisí len od rýchlosti častice. Keď si vyberieme oblasť, v ktorej sa Bethe-Blochova krivka mení monotónne, napríklad oblasť relativistického nárastu ionizácie a odmeriame ionizačné straty, môžeme vypočítať rýchlosť častice. Keď už máme súčasne rýchlosť aj hybnosť častice, nie je problém získať jej hmotnosť.

V praktických aplikáciách naráža táto taktika na niekoľko komplikácií. Keď si nakreslíme Bethe-Blochovu funkciu pre niekoľko známych typov častíc (napríklad e , π , K, p), ktoré chceme identifikovať ako funkciu $\log P$, získame pre rôzne častice rôzne krivky, ktoré sú voči sebe posunuté (viď obrázok (12.1), ¹). Ak chceme rozlíšiť rôzne typy častíc pri danom P , musíme vedieť odmerať stredné ionizačné straty s presnosťou lepšou, ako je vzdialenosť Bethe-Blochových kriviek na tomto obrázku. Principiálnym problémom

¹Krivky ukazujú polohy Bethe-Blochovej funkcie pre pióny, kaóny a protóny. V oblasti relativistického nárastu sú pióny navrchu, kaóny pod nimi a protóny najnižšie.



Obrázok 12.1: Bethe-Blochove krivky pre pp spolu s rozdelením pre registrované častice.

sú preto fluktuácie ionizačných strát. Tieto sa riadia Landauovým rozdelením, ktoré je veľmi široké, podstatne širšie, než je presnosť, s ktorou treba merať. Z tohoto dôvodu detektory, ktoré sa snažia identifikovať častice musia merať ionizačné straty pre každú časticu niekoľko krát. Časovo–projekčné komory experimentu *Na49* to umožňujú, pretože každý rad padov meria nezávislú informáciu o veľkosti ionizácie, ktorú za sebou častica zanecháva.

Jednotlivé rady padov poskytujú pre každú časticu niekoľko nezávislých meraní ionizačných strát. Naším cieľom je pomocou týchto meraní odhadnúť stredné ionizačné straty častice. Štandardný spôsob, ako odhadnúť strednú hodnotu náhodnej veličiny je vykonať viacero meraní a vypočítať ich aritmetický priemer. Podľa centrálnej limitnej vety (napr. Ljapunovovej vety) pre počet meraní, blížiaci sa k nekonečnu je rozdelenie tohoto aritmetického priemeru gaussovské so strednou kvadratickou odchýlkou nepriamo úmernou $\sqrt{n}$. V praxi sa ukazuje, že jednoduchý aritmetický priemer z Landauovskej náhodnej veličiny konverguje k normálnemu rozdeleniu veľmi pomaly. Preto sa používa metóda odfiknutého priemeru (truncated mean). Jednotlivé merania ionizácie sa najprv zotriedia podľa veľkosti. Potom sa určitá časť meraní vylúči a priemer sa spočíta len zo zostávajúcich hodnôt. Jednou z možností (často používanou a používanou štandardne v *Na49*) je, že sa vylúči polovica meraní, ktoré ukázali veľké hodnoty ionizácie a priemer sa vypočíta zo zostávajúcej polovice.

12.2 Výpočet odkliknutého priemeru z reálnych dát.

Identifikovať nabité častice v oblasti relativistického rastu je v praxi veľmi náročná úloha. Je potrebné merať náboj, zanechaný na jednotlivých radoch padov s presnosťou na úrovni percent, pričom je nutné mať pod kontrolou všetky efekty, ktoré môžu mať vplyv na procesy súvisiace s vznikom, zosilnením a zberom náboja. Efektom, ktorým je sa možné vyhnúť sa treba vyhnúť a na tie, ktorým sa vyhnúť nedá je potrebné aplikovať korekcie.

V prvej fáze po zozbieraní dát sa vyhľadávajú dráhy častíc v jednotlivých komorách. Ďalej sa kúsky dráh, nájdené v komorách spoja do globálnych stôp, ktorým sa priradí hybnosť. Až potom sa začnú aplikovať korekcie, ktoré pomáhajú vypočítať odkliknutý priemer.

Jednotlivé časovo–projekčné komory sú teplotne stabilizované, preto je možné zanedbať závislosť procesov v komorách od teploty. Objavujú sa však závislosti od tlaku, ktorý je potrebné neustále monitorovať. V ďalšom kroku sa vykonávajú korekcie na uhly letu častice (ak častica letí pod uhlom na rad padov, zozbiera sa naň viac ionizácie, než keď letí kolmo) a na dĺžku driftu, ktorý musí vzniknutá ionizácia vykonať, kým sa zozbiera v proporcionálnych komorách (aby sa odstránil vplyv aplikácie prahov a vplyv elektrónového záchytu).

Vplyvy geometrie proporcionálnych komôr a zosilnenia elektroniky sa zohľadňujú pri dvoch následných kalibráciách. Odozva elektroniky sa kalibruje tak, že na anódové drôty sa privádzajú signály z generátora impulzov a sleduje sa odozva na jednotlivých padoch. Takýmto spôsobom je možné zistiť rozdiely medzi zosilnením elektronických kanálov. Kombinovaný efekt zosilnenia elektroniky a plynového zosilnenia na anódach sa sleduje pri kryptónovej kalibrácii. Do objemu komôr sa vovedie rádioaktívny kryptón, ktorého rozpad má za následok emisiu γ kvanta. Vznikne charakteristické spektrum, ktoré sa sleduje pre každý kanál osobitne. Z porovnania spektier, zosnímaných rôznymi kanálmi je možné určiť hodnoty potrebných korekcií.

Keďže kryptónovú kalibráciu je možné robiť len z času na čas a robí sa pri znížených potenciáloch na anódach, ² je potrebné po nej ešte previesť sektorovú kalibráciu. Každá komora sa skladá z niekoľkých sektorov (*VTPC* zo šiestich, *MTPC* z 25), ktoré sa do istej miery správajú nezávisle. Sektorová kalibrácia sa prevádza pre každú komoru osobitne, pričom nastavenie sektorových konštánt je vzájomne previazané s Bethe–Blochovou funkciou. Táto procedúra sa robí iteratívne. Najprv sa na základe nahrubo odhadnutej

²Vyžiarené γ kvantum deponuje prakticky celú svoju energiu v jednom bode pričom tento depozit je väčší, než býva zvykom v prípade skúmaných relativistických častíc.

Bethe–Blochovej funkcie vyberú častice, ktoré sú považované za pióny. Sektory sa nakalibrujú vzhľadom na túto skupinu častíc a z rozdelenia odfiknutých priemerov sa stanoví nová Bethe–Blochova funkcia. Podľa nej sa opäť vyberie čistejší súbor piónov a procedúra sa aplikuje až kým neskonverguje.

Počas iterovania sektorových konštánt sa určia Bethe–Blochove funkcie pre každú komoru (pre Hlavné komory zvlášť a pre Vertexové komory tiež zvlášť). Vypočítajú sa aj odfiknuté priemery pre jednotlivé komory. V ďalšom kroku je potrebné vypočítať globálny odfiknutý priemer pre častice, ktoré prechádzajú aj cez *VTPC*, aj cez *MTPC* (ktorých je väčšina). Vertexové a Hlavné komory majú rozdielnu geometriu (rozdielnu dĺžku padov, preto body z *VTPC* a *MTPC* nie sú ekvivalentné) a rozličné plynové náplne (*MTPC* pracujú so zmesou, založenou na Argóne a *VTPC* na Neóne), pre ktoré platia rôzne Bethe–Blochove formuly. V prvej fáze sa preškálujú hodnoty odfiknutého priemeru z *MTPC* tak, aby pre ne platila Bethe–Blochova formula pre *VTPC*. Pre každú hybnosť častice sa vypočítajú hodnoty Bethe–Blochových funkcií pre Vertexové a Hlavné komory a škálovanie sa robí podľa vzťahu

$$OP_{resc} = \frac{BB(pion, vtpc) - BB(proton, vtpc)}{BB(pion, mtpc) - BB(proton, mtpc)} OP_{original}, \quad (12.1)$$

kde OP je hodnota odfiknutého priemeru, $BB(pion, vtpc)$ a $BB(proton, vtpc)$ sú hodnoty Bethe–Blochovej funkcie pre protón a pión s danou hybnosťou vo Vertexových komorách. Obdobné označenie bolo použité pre Hlavné komory.

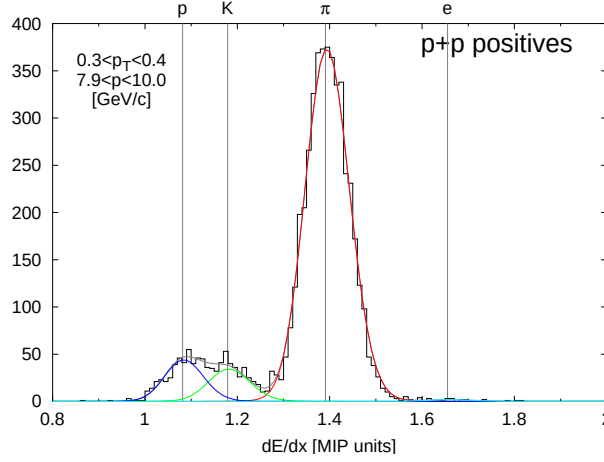
Pri aplikácii vzťahu (12.1) sa predpokladá, že škálovanie je lineárne a faktor je zvolený tak, aby sa hodnoty Bethe–Blochovej funkcie pre protóny a pióny z *MTPC* pretransformovali na hodnoty Bethe–Blochovej funkcie pre protóny a pióny v *VTPC*.

Po preškáľovaní sa odfiknuté priemery z *MTPC* a *VTPC* spoja do globálneho odfiknutého priemeru. Na to sa najprv vypočítajú chyby odfiknutých priemerov z *VTPC* a *MTPC* (používa sa detailná Monte Carlo simulácia, ktorá je porovnávaná s rozdelením v dátach). Globálna hodnota sa potom získa ako konvolúcia dvoch hodnôt, ktorá je urobená tak, aby bola chyba výslednej náhodnej veličiny najmenšia. Vypočíta sa podľa vzťahu

$$OP_{global} = \frac{\sigma_{vtpc}^2 OP_{vtpc} + \sigma_{mtpc}^2 OP_{mtpc}}{\sigma_{vtpc}^2 + \sigma_{mtpc}^2} \quad (12.2)$$

a chyba globálneho odfiknutého priemeru je potom

$$\frac{1}{\sigma_{global}} = \frac{1}{\sigma_{vtpc}} + \frac{1}{\sigma_{mtpc}}. \quad (12.3)$$



Obrázok 12.2: Metóda fitov. Na horizontálnej osi je hodnota odfiknutého priemeru pre jednotlivé častice, na vertikálnej osi počet častíc. Štyri krivky zodpovedajú simulovaným rozdeleniam odfiknutého priemeru pre protóny, kaóny, pióny a elektróny (zľava doprava).

Detailná Monte Carlo simulácia, ktorá bola nastavená tak, aby popisovala dáta predpovedá pre jednotlivé komory takúto strednú kvadratickú odchýlku odfiknutých priemerov [62]:

$$\sigma_{vtpc} = 0.515 \, BB_{vtpc}^{0.5} / \sqrt{n_{vtpc}} \quad (12.4)$$

$$\sigma_{vtpc} = S \, 0.386 \, BB_{mtpc}^{0.7} / \sqrt{n_{mtpc}}, \quad (12.5)$$

kde BB_{mtpc} a BB_{vtpc} sú hodnoty Bethe–Blochových funkcií pre jednotlivé komory, n_{mtpc} a n_{vtpc} sú počty bodov v nich a S je škálovací faktor z rovnice (12.1).

12.3 Kontrola správnosti identifikácie a odhad veľkosti systematických chýb.

V predchádzajúcom paragrafe som spomenul niektoré faktory, ktoré je potrebné brať do úvahy pri výpočte a kalibrácii odfiknutého priemeru (niekedy sa tomuto číslu pre zjednodušenie hovorí dE/dx). Toto číslo (už okalibrované) máme k dispozícii na *DST* spolu s počtami bodov, ktoré častica zanechala v jednotlivých komorách.

Pre účely našej analýzy sme potrebovali vybrať (kontrolovateľným spôsobom) čistú vzorku protónov a piónov. Pre každú časticu sme najprv

preverili, či sa nejedná o pión. Vypočítali sme hodnotu Bethe-Blochovej funkcie, predpokladajúc, že sa jedná o pión. Podľa vzťahov (12.4), (12.5) sme k tejto hodnote za použitia známeho počtu bodov v jednotlivých komorách vypočítali očakávanú strednú kvadratickú odchýlku rozdelenia odfiknutého priemeru. Ak sa nameraná hodnota dE/dx nachádza v intervale $< BB - 2\sigma_{dE/dx}, BB + 2\sigma_{dE/dx} >$, časticu prehlásime za pión. V opačnom prípade sme rovnakým spôsobom otestovali, či sa nejedná o protón. Všetky ostatné častice sme prehlásili za neidentifikované a ďalej sme sa nimi nezaoberali.

Hodnota $2\sigma_{dE/dx}$ bola vybratá tak, aby sme na jednej strane nestrácali veľa častíc a aby na druhej strane bola kontaminácia časticami iných typov malá.³ Pri takejto selekcii samozrejme vyradíme z ďalšej analýzy aj časť skutočných protónov a piónov. Korekcia na tieto straty sa potom prevedie pri výpočte účinného prierezu z počtu pozorovaných reoznancí.

Pri spomenutej selekcii častíc je nevyhnutné presne poznať polohu Bethe-Blochovej krivky pre jednotlivé typy častíc a aj vedieť správne odhadnúť $\sigma_{dE/dx}$. Tieto parametre som kontroloval metódou fitov (napr. [55],[44]). Pri tejto metóde sa najprv vyberú častice, ktorých hybnosti ležia v určitom intervale a nakreslí sa ich rozdelenie v dE/dx (viď ho napríklad na obrázku (12.2)). Na obrázku je možné rozoznať štyri hrbčeky, zodpovedajúce elektrónom, piónom, kaónom a protónom. Toto rozdelenie sa snažíme nafitovať pomocou štyroch voľných parametrov, počtov elektrónov, piónov, kaónov a protónov v bine. Na to je potrebné poznať rozdelenie dE/dx pre jednotlivé typy častíc (tvary hrbčiek na obrázku). Tieto rozdelenia získame zo simulácie, ktorá používa informáciu o počte bodov, ktoré častice, patriace do binu zanechávajú v komorách, informáciu o ich hybnostiach a vzťahy (12.4) a (12.5).

Keď máme vypočítané rozdelenia dE/dx pre všetky štyri typy častíc v bine, môžeme vykonať štvorparametrový fit s voľnými parametrami N_e, N_π, N_K a N_p pomocou minimalizácie χ^2 . Po tom, ako fit skonverguje, zistíme, aká je hodnota minimálneho χ^2 a ako dobre nafitované rozdelenie aproximuje experimentálne dáta. Takéto fity môžeme vykonať pre mierne odlišné parametre rozdelení dE/dx a takto zistiť, kedy bude fit najlepší.

Fitovacia metóda umožňuje veľmi presne študovať odchýlky rozdelenia skutočných častíc od hodnôt, ktoré máme predpovedané pomocou Bethe-Blochovej funkcie a vzťahov (12.4),(12.5).

³Pomáha nám aj to, že pióny a protóny sú relatívne početné oproti kaónom, ktoré predstavujú hlavný zdroj kontaminácie. Na druhej strane ak mylne identifikujeme časticu, dostaneme v spektre invariantných hmotností príspevok do pozadia, ktoré aj tak odčítame.

Ukazuje sa, že stredná hodnota rozdelenia dE/dx nie je celkom presne popísaná Bethe-Blochovou formulou. Odchýlky závisia od hybnosti častíc a sú s najväčšou pravdepodobnosťou spojené s nedokonalým spájaním informácie z rôznych komôr. Našťastie náš spôsob selekcie častíc nie je príliš závislý od takýchto posunov, keďže sú relatívne malé v porovnaní s $\sigma_{dE/dx}$. Ako bolo ukázané v reporte [44], posuny sa pohybujú rádovo na úrovni 0.001 (pozri obrázok (12.1)) a v žiadnej oblasti fázového priestoru neprekračujú hodnotu 0.005. Keď zoberieme do úvahy, že typická hodnota pre $\sigma_{dE/dx}$ je 0.05,⁴ dostaneme $\Delta BB/\sigma_{dE/dx} \approx 0.1$. Pri takýchto hodnotách posunov sa pri selekcii $< BB - 2\sigma_{dE/dx}, BB + 2\sigma_{dE/dx} >$ systematická chyba pohybuje na úrovni 0.5%, čiže je zanedbateľná oproti iným zdrojom systematických chýb.

Ďalším efektom, ktorý bol pozorovaný počas kontroly identifikácie bol mierny nesúlad šírky dE/dx rozdelenia so šírkou, predpovedanou pomocou vzťahov (12.4) a (12.5). Ukazuje sa, že pozorované rozlíšenie je približne o 2% lepšie, ako predpovedaná hodnota. Pri našom spôsobe selekcie je systematická chyba, ktorej sa dopúšťame zlou identifikáciou menšia ako 1%.

⁴Toto je typická hodnota pre častice, ktoré zanechajú okolo 150 bodov v komorách, len málo častíc ich zanechá viac.

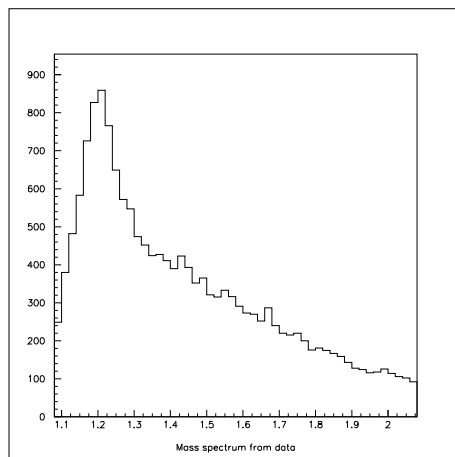
Kapitola 13

Extrakcia počtu vyprodukovaných rezonancií zo spektra invariantných hmotností.

13.1 Metóda miešania udalostí (Event mixing).

Keď máme vybraté protóny a kladné pióny, môžeme zostrojiť spektrum invariantných hmotností. Takéto rozdelenie je možné vidieť na obrázku (13.1). Na jeho vytvorenie sme použili len častice v hybnostnom intervale $0 < x_{F\pi} < 0.2$, $0.4 < x_{Fp} < 0.6$. Je viditeľný jasný signál od Δ^{++} rezonancie, rozpadajúcej sa výlučne kanálom $\Delta^{++} \rightarrow p\pi^+$, ktorý je naložený na širokom pozadí.

Krok, ktorý nasleduje po zaregistrovaní signálu je odmeranie jeho veľkosti. Na to potrebujeme oddeliť signál od pozadia, čiže spočítať rezonancie, ktoré sa nachádzajú v hybnostnom bine. V prípade Δ^{++} je to náročná úloha, keďže rezonancia je široká ($\Gamma \approx 120 \text{ MeV}$) a nachádza sa blízko kinematického prahu (prah je pri 1.07 MeV , rezonancia sa nachádza v oblasti $m_0 = 1.232 \text{ MeV}$), v oblasti maxima pozadia. Bohužiaľ neexistuje fundamentálna metóda na výpočet, pozadia, alebo aspoň odhad jeho tvaru. Modely, ktoré popisujú mnohočasticovú produkciu majú väčšinou fenomenologický charakter a nie je celkom jasné, do akej miery sa na ne dá pri odhade pozadia spoľahnúť. V takom prípade je potrebné odhadnúť pozadie pomocou experimentálnych dát. Preto sme sa rozhodli použiť metódu miešania udalostí, ktorá je detailne rozdiskutovaná v Dodatku (B). Na tomto mieste ju popíšem len v hrubých rysoch.

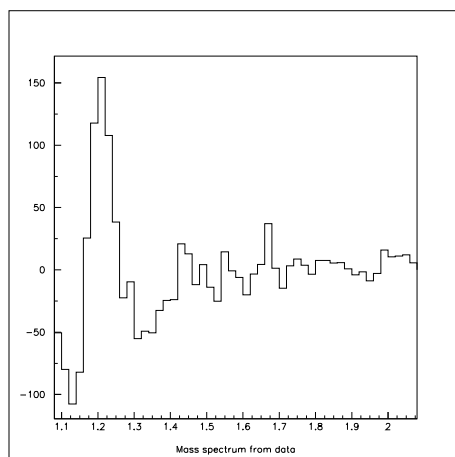


Obrázok 13.1: Spektrum invariantných hmotností pre kanál $p\pi^+$. Na horizontálnej osi je znázornená invariantná hmotnosť páru, na vertikálnej počet párov. Je vidieť rezonančný signál nasuperponovaný na širokom pozadí.

Metóda miešania udalostí využíva to, že častice, ktoré pochádzajú z tej istej rezonancie sú silne korelované, zatiaľ čo častice, ktoré takýto spoločný pôvod nemajú sú korelované slabo. Preto je možné zrekonštruovať pozadie pomocou rozdelenia invariantných hmotností párov p, π^+ v ktorých protón a pión pochádzajú z rozdielných udalostí (eventov).

V Dodatku (B) sme ukázali, že na to, aby miešané rozdelenie správne popisovalo pozadie, je potrebné zafixovať bin v hybnostiach aspoň jednej z dcérskych častíc. Dôvody sú na to dva. Jedným z nich je prítomnosť triviálnych korelácií, hlavne zákona zachovania energie, druhý dôvod súvisí so štatistickou nezávislosťou hybnostných rozdelení častíc.

Ďalšou komplikáciou je to, že nestačí, aby bolo správne reprodukované pozadie. Pri miešaní protónov s piónmi z iných eventov môžu vzniknúť rôzne typy dvojíc: pozadový protón a pozadový pión, pozadový pión a protón pochádzajúci z rozpadu rezonancie, pozadový protón a pión, pochádzajúci z rozpadu rezonancie a dve častice, pochádzajúce z rozpadov rôznych rezonancií. Podobne v pôvodných udalostiach môžeme spárovať dve častice, pochádzajúce z rezonancie, ale aj časticu, pochádzajúcu z rezonancie s pozadovou časticou. Keď od seba odčítame rozdelenie invariantných hmotností pre páry, pochádzajúce z tej istej udalosti a páry, pochádzajúce z rôznych udalostí, dostaneme komplexné rozdelenie, ktoré je v niektorých intervaloch invariantných hmotností kladné a v iných záporné. V Dodatku (B) sme ukázali, že pri správnej voľbe binu v hybnosti aspoň jednej z častíc (pri



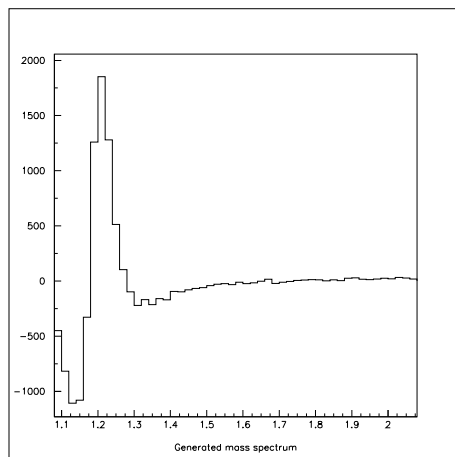
Obrázok 13.2: Odčítané spektrum. Keďže spektrum invariantných hmotností a miešané spektrum majú rovnakú normalizáciu, po ich odčítaní dostaneme spektrum s celkovou plochou rovnou nule. Na to, aby sme zistili, koľko rezonancií sa podieľalo na vytvorení odčítaného spektra potrebujeme použiť Monte Carlo simuláciu.

úzkom bine) sú obe spomínané rozdelenia rovnako nanormalizované a preto po ich odčítaní získame rozdelenie s celkovou plochou rovnou nule.

Tvar takéhoto odčítaného rozdelenia (viď obrázok (13.2)) je daný všetkými možnými kombináciami typov spárovaných častíc. Našťastie pri dostatočne úzkom bine v hybnosti aspoň jednej z častíc sa tento tvar výrazne zjednoduší. Vtedy ho je možné popísať ako rozdiel dvoch príspevkov, rozdelenia invariantných hmotností pre páry častíc, ktoré pochádzajú z tej istej rezonancie (Breit–Wignerovo rozdelenie) mínus rozdelenie invariantných hmotností pre páry častíc, pochádzajúcich z rôznych rezonancií (vyprodukovaných v rôznych udalostiach a zmiešaných dokopy).

Takéto odčítané rozdelenie môžeme vytvoriť pomocou Monte Carlo simulácie, ktorá obsahuje len rezonancie. Keď vygenerujeme rezonanciu s realistickým rozdelením v hybnosti, necháme ju rozpadnúť na protón a pión a potom prevedieme miešanie udalostí, získame rozdelenie, ktorého tvar je rovnaký, ako tvar rozdelenia, získaného z dát (viď. obrázok (13.3)).

Rozdelenie, získané z dát a rozdelenie, získané zo simulácie sa líšia len o multiplikatívnu konštantu. Ako sme ukázali v Dodatku (B), táto konštanta sa priamo rovná počtu rezonancií, ktoré sa nachádzajú v dátach.



Obrázok 13.3: Simulované odčítané spektrum.

13.2 Monte Carlo simulácia, popisujúca produkciu a rozpad Δ^{++} a akceptančná korekcia.

Na extrahovanie počtu rezonancií zo spektra invariantných hmotností teda potrebujeme Monte Carlo simuláciu, ktorá popisuje produkciu a rozpad skúmanej rezonancie.

V tejto simulácii sa každá udalosť skladá len z produktov rozpadu jednej Δ^{++} rezonancie. Najprv sa vygeneruje priečna a pozdĺžna hybnosť rezonancie, pričom predpokladáme, že tieto rozdelenia sú nezávislé. Keďže rozdelenie hybností rezonancie je neznáma veličina, ktorú chceme merať, získavame toto rozdelenie iteratívnym spôsobom, ktorý bude popísaný v nasledujúcom paragrafe.

Ďalšou veličinou, ktorú generujeme je hmotnosť rezonancie. Táto je popísaná relativistickou Breit–Wignerovou formulou (napríklad [35], [30]). Časticu s vygenerovanou hmotnosťou necháme ďalej rozpadnúť na protón a pión, pričom predpokladáme, že rozpad je izotropný v sústave hmotného stredu rezonancie. Hybnosti dcérskych častíc sú ďalej pretransformované do ťažiskovej sústavy experimentu.

Monte Carlo simulácia nám umožňuje vykonať korekciu na akceptanciu experimentu. Nie všetky vyprodukované častice sú totiž detektorom zaregistrované a na to, aby boli nami vyprodukované účinné prierezy porovnateľné s výsledkami iných experimentov, je potrebné vykonať akceptančnú korekciu.

Keďže účinnosť komôr v experimente *Na49* je blízka k jednotke, je

akceptancia výhradne daná geometrickou akceptanciou, teda veľkosťou, tvarom a umiestnením komôr. Na tento účel existujú štandardné akceptančné tabuľky [37], ktoré boli vypočítané pomocou programového balíka *GEANT*. V tomto programovom balíku bola zadefinovaná geometria jednotlivých detektorov a vypočítané magnetické pole. Pre častice s rôznymi hybnosťami bola vypočítaná dráha v magnetickom poli a bolo preverené, či častice trafili detektor a koľko bodov zanechali v jeho aktívnom objeme. K tabuľkám existuje praktické programové rozhranie, ktorému stačí zadať hybnosť častice v mieste terča a na výmenu je vrátená pravdepodobnosť toho, že takáto častica trafí detektor a zanechá v ňom určitý počet bodov.

V našom prípade sme použili tabuľky pre častice, ktoré zanechali viac ako 50 bodov v detektore. Tak isto aj z dát sme používali len tie častice, ktoré zanechali v komorách viac ako 50 bodov a pre ktoré môžeme očakávať kvalitnú identifikáciu.

Častice, ktoré strácame v dôsledku zlej akceptancie môžeme rozdeliť do troch skupín. Prvú z nich tvoria častice, ktoré letia v ťažiskovej sústave dostatočne dozadu ($x_F < 0.05$ pre pióny a $x_F < -0.3$ pre protóny). V laboratórnej sústave majú tieto častice malú hybnosť, preto ich magnetické pole vychýli do oblasti mimo komôr.

Ďalším zdrojom strát je medzera medzi komorami, ktorou letí zväzok. Táto diera je nutná preto, lebo pri experimentovaní s oloveným zväzkom nie je možné pustiť zväzok priamo cez komory. Do druhej skupiny môžeme zaradiť častice, ktoré majú hybnosť blízku k hybnosti zväzku ($x_F > 0.6$). Častice, ktoré majú príliš veľkú hybnosť preletia cez medzeru, pretože ich magnetické pole nestihne dostatočne zakriviť aby vnikli do aktívneho objemu. Tretiu skupinu tvoria častice v doprednej hemisfére, ktoré majú priečnu hybnosť nasmerovanú nahor, alebo nadol. Tieto častice preletia cez štrbinu skôr, ako ich stihne magnetické pole dostatočne zakriviť.

V našom prípade vykonávame akceptančnú korekciu len pre častice tretieho typu. Pre častice prvého a druhého typu nie je možné vykonať korekciu, keďže ich strácame všetky a preto v príslušných oblastiach fázového priestoru účinné prierezy nemeríme. V prípade tretej skupiny strácame len časť častíc s daným x_F a p_T a je možné vykonať akceptančnú korekciu.

V Monte Carlo simulácii teda najprv spočítame, koľko rezonancií vytvorilo dcérske častice v zadanom intervale hybností. Potom preveríme pomocou akceptančných tabuliek, či sú obe častice zaregistrované. Ak je aspoň jedna z častíc stratená, pár nepoužijeme na generovanie spektra invariantných hmotností, ani miešaného spektra.

Vygenerované a akceptované častice medzi sebou zmiešame rovnakým spôsobom, ako miešame častice v dátach. Miešané spektrum odčítame od

pôvodného a získame spektrum, ktoré môžeme priamo porovnať s odčítaným spektrom, získaným z dát. Multiplikatívnu konštantu získame tak, že obe spektrá naftujeme, keď túto konštantu vynásobíme počtom generovaných rezonancií, dostaneme priamo akceptančne korigovaný počet rezonancií, ktoré sa nachádzajú v zvolenom intervale hybností.

13.3 Určenie počtu rezonancií v bine.

Ako sme ukázali v Dodatku (B), nevýhoda metódy miešania udalostí je v tom, že na správne reprodukovanie pozadia je potrebné zafixovať hybnostný interval aspoň jednej z dcérskych častíc. Takýmto spôsobom nie je možné merať priamo počet rezonancií, ktoré sa nachádzajú vo vopred zvolenom intervale hybností, ale len počet rezonancií, ktorých produkty sa nachádzajú v určitom hybnostnom intervale. Na to, aby sme mohli vypočítať napríklad $d\sigma/dx_F$ pre rezonanciu, musíme previesť spätnú transformáciu.

V našom prípade sme kvôli miešaniu zafixovali hybnostný bin oboch častíc: $x_{1\pi} < x_\pi < x_{2\pi}$, $x_{1p} < x_p < x_{2p}$. Tým pádom vieme, že všetky rezonancie, ktoré prispeli do spektra invariantných hmotností pochádzali z intervalu $x_{1\pi} + x_{1p} < x_{\Delta^{++}} < x_{2\pi} + x_{2p}$. Nech $n_{\Delta^{++}}$ je počet rezonancií, ktoré sme metódou miešania udalostí extrahovali zo spektra a korigovali na akceptanciu. Potom pre počet rezonancií v bine $x_{1\pi} + x_{1p} < x_{\Delta^{++}} < x_{2\pi} + x_{2p}$ platí:

$$N_{\Delta^{++}} = \frac{n_{\Delta^{++}}}{f} \quad (13.1)$$

kde f je kinematický faktor, udávajúci pravdepodobnosť, že rezonancia, ktorá sa nachádza v intervale $x_{1\pi} + x_{1p} < x_{\Delta^{++}} < x_{2\pi} + x_{2p}$ sa rozpadne tak, aby pre jej produkty platilo $x_{1\pi} < x_\pi < x_{2\pi}$ a $x_{1p} < x_p < x_{2p}$. Tento kinematický faktor môžeme vypočítať pomocou Monte Carlo simulácie, ktorú potrebujeme aj na extrakciu čísla $n_{\Delta^{++}}$ zo spektra invariantných hmotností.

Keďže do simulácie potrebujeme vopred zadať hybnostné spektrum rezonancie, používame iteratívnu procedúru. Najprv predpokladáme rozdelenie rovnomerné v x_F . Pomocou tohoto predpokladu vypočítame $n_{\Delta^{++}}$ a faktory f . Z nich vypočítame $N_{\Delta^{++}}$ a inkluzívne účinné prierezy (podrobnosti sú uvedené v nasledujúcej kapitole). Takto získané hodnoty opäť vložíme do simulácie, pričom účinné prierezy, získané v prvej iterácii interpolujeme hladkou krivkou. S novým rozdelením v hybnostiach môžeme previesť druhú iteráciu a celý postup opakovať až kým nie je rozdelenie stabilné.

Skúsenosť ukazuje, že popísaný iteratívny postup konverguje pomerne rýchlo a zväčša stačí previesť 2 – 3 iterácie na to, aby bolo rozdelenie v hybnosti stabilné.

Kapitola 14

Absolútna normalizácia účinného prierezu.

Ak máme určený počet rezonancií v intervale hybností (alebo x_F), môžeme z neho vypočítať inkluzívny alebo invariantný inkluzívny účinný prierez. Na to potrebujeme poznať účinný prierez triggeru v experimente a vplyv selekčných kritérií, používaných programovým vybavením na dáta.

14.1 Všeobecné formuly platné pre účinný prierez.

Účinný prierez môže byť definovaný pomerne všeobecným spôsobom pomocou počtu interakcií, ku ktorým dochádza za časový interval v oblasti prieniku dvoch zväzkov (napr. [45]).

$$dN_{int} = \sigma_{int} n_1 n_2 |\vec{v}_1 - \vec{v}_2| dV dt \quad (14.1)$$

V tomto vzťahu dN_{int} je počet interakcií daného typu, ku ktorým došlo v objemovom elemente dV za čas dt , n_1 a n_2 sú hustoty zväzkov (počet častíc v jednotke objemu), $\vec{v}_1$ a $\vec{v}_2$ sú rýchlosti zväzkov a σ_{int} je účinný prierez pre interakciu daného typu.

Účinný prierez, definovaný vzťahom (14.1) je invariantný vzhľadom na pozdĺžne Lorentzove transformácie v smere vzájomnej rýchlosti, v prípade všeobecných transformácií je potrebné použiť komplexnejšiu formulu.

V prípade experimentu *Na49* pozorujeme zrážku zväzku s terčom v laboratórnej sústave, v ktorej je terč v kľude. Rovnicu (14.1) môžeme preintegrovat' cez objem integračnej oblasti (ak predpokladáme konštantnú hustotu zväzku a terča). Dostaneme tak,

$$\Delta N_{int} = \sigma_{int} n_1 n_2 v S \lambda dt$$

kde S je povrch zasiahnutej časti terča, λ jeho hrúbka. Člen $n_1 v$ vyjadruje tok nalietačujúcich častíc, $n_1 v S$ je potom počet častíc, ktoré preletia terčom za jednotku času. Keď vzťah preintegrujeme cez čas merania, dostaneme,

$$N_{int} = \sigma_{int} N_{beam} n_2 \lambda$$

kde N_{beam} je počet častíc zväzku, ktoré preleteli cez terčik počas merania. Potom môžeme účinný prierez vyjadriť v tvare

$$\sigma_{int} = \frac{1}{\lambda n_2} \frac{N_{int}}{N_{beam}} \quad (14.2)$$

14.2 Účinný prierez triggera.

Účinný prierez triggera je účinný prierez, zodpovedajúci všetkým interakciám, pri ktorých sa detektor uvedie do činnosti. V prípade zrážok protón-protón sa ako trigger používajú dva scintilačné detektory. Prvý z nich je umiestnený pred terčom a registruje nalietačujúce protóny, zatiaľ čo druhý registruje protóny, ktoré preleteli terčom bez interakcie. Celý systém pracuje v antikoincidenčii.

Zo vzťahu (14.2) pre účinný prierez triggera dostaneme:

$$\sigma_{trigger} = \frac{1}{\rho \lambda N_A / A} \frac{N_{trigg}}{N_{beam}} \quad (14.3)$$

kde ρ je hustota terča, λ jeho hrúbka, A atómové číslo materiálu terča (jeho molová hmotnosť), N_A Avogadrova konštanta, N_{trigg} počet triggerových signálov a N_{beam} totálny počet častíc zväzku, ktoré preleteli terčom počas obdobia zberu dát.

To, čo máme k dispozícii je stredný pomer početnosti triggerových signálov k početnosti častíc zväzku (pomer početnosti antikoincidenčii k početnosti v scintilačnom počítači umiestnenom pred terčom). V priebehu zberu dát, ktoré sme použili na túto analýzu bola stredná hodnota tohoto pomeru rovná 2.476 %.

Ako terč sa v prípade zrážok protón-protón používa nádoba s kvapalným vodíkom. Táto nádoba má pomerne hrubé steny, preto je nezanedbateľná pravdepodobnosť toho, že nalietačujúci protón bude interagovať s materiálom steny. Vyhodnocovacie programové vybavenie obvykle rozpozná takéto udalosti a vylúči ich z ďalšieho spracovania. Aby bolo možné pre viesť korekciu na tento efekt, bola meraná početnosť triggerových signálov

pri prázdnom terči. Stredná hodnota pomeru početnosti triggera pri prázdnom terči k početnosti častíc zväzku bola 0.77 %. Pomocou tejto informácie môžeme prepísať vzťah (14.3).

$$\sigma_{trigger} = \frac{1}{\rho \lambda N_A / A} [P_{full} - P_{empty}] \quad (14.4)$$

Ak použijeme hustotu terča $\rho = 7 \times 10^{-2} g/cm^3$, dĺžku terča $\lambda = 14 cm$, $A = 1 g/mol$ a $N_A = 6.022 \times 10^{23} 1/mol$, dostaneme

$$\sigma_{trigger} = 2.89 \times 10^{-26} cm^2 = 28.9 mb \quad (14.5)$$

Táto hodnota je menšia než totálny interakčný účinný prierez pri našej energii (tabuľková hodnota je 37 mb, podrobnú diskusiu ohľadom merania totálnych účinných prierezov je možné nájsť v [63],[64]). Je to spôsobené tým, že trigger vylučuje podstatnú časť účinného prierezu pre pružný rozptyl a pre difrakciu. V obidvoch prípadoch je typický prenos hybnosti veľmi malý, preto má nalietajúci protón aj po interakcii hybnosť blízku k hybnosti zväzku a môže zasiahnuť scintilačný detektor umiestnený za terčom. V takom prípade nie je udalosť zaznamenaná.

Časť pružného a difrakčného účinného prierezu, ktorá sa stráca v dôsledku vplyvu triggera bola odhadnutá pomocou jednoduchej Monte Carlo simulácie (napr. [17],[36]). V prípade pružných zrážok boli jednotlivé prípady rozptylu generované podľa vzťahu [50],

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} = e^{-11t}$$

kde t je prenos štvorhybnosti. V ďalšom kroku bola vypočítaná dráha rozptýlených protónov v magnetickom poli detektora a bolo zistené, či konkrétny vygenerovaný protón zasiahne scintilačný detektor. Takýmto spôsobom bolo odhadnuté, že trigger vylučuje okolo 75% z účinného prierezu pružného rozptylu. Ak predpokladáme $\sigma_{el} = 6.5 mb$, strata účinného prierezu je približne 4.9 mb.

Na odhad nezaregistrovaného difrakčného účinného prierezu sme použili zjednodušený model. Keďže v prípade difrakčného rozptylu je obvykle excitovaná hmotnosť o málo väčšia ako je hmotnosť protónu (napríklad [48]), predpokladali sme, že kinematiku difrakčného rozptylu je možné aproximovať pružným rozptylom s menej strmým rozdelením v prenesenej štvorhybnosti. Na účely tohoto výpočtu sme použili rozdelenie [48]

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} = e^{-6.5t}$$

Simulácia ukázala, že trigger vylučuje približne 30 % difrakčného účinného prierezu. Ak predpokladáme, že $\sigma_{dif} = 7 \text{ mb}$, strata účinného prierezu je približne 2.1 mb . Keď sčítame všetky tieto faktory, dostaneme pre celkový účinný prierez hodnotu 35.9 mb , čo je blízko k tabuľkovej hodnote $\sigma_{tot} = 37 \text{ mb}$.

14.3 Použitie účinného prierezu triggera na výpočet inkluzívnych účinných prierezov.

Účinný prierez triggera je možné použiť ako normalizáciu na výpočet inkluzívnych a invariantných inkluzívnych účinných prierezov. Inkluzívny účinný prierez je definovaný vzťahom

$$\frac{d\sigma_{inc}}{d^3p} = \frac{1}{\rho\lambda N_A/A} \left(\frac{\Delta N_{part}}{\Delta^3p} / N_{beam} \right) \quad (14.6)$$

kde ΔN_{part} je počet vyprodukovaných častíc daného typu v intervale hybností Δ^3p . Podobne invariantný inkluzívny účinný prierez môžeme vyjadriť v tvare

$$E \frac{d\sigma_{inc}}{d^3p} = \frac{1}{\rho\lambda N_A/A} \left(E \frac{\Delta N_{part}}{\Delta^3p} / N_{beam} \right). \quad (14.7)$$

Pri spracovaní dát máme k dispozícii súbor s jednotlivými nameranými udalosťami (data summary tape, *DST*). Ak predpokladáme, že za každým, keď trigger vydal signál, pribudla do *DST* jedna udalosť, môžeme rovnice (14.6) a (14.7) prepísať do tvarov

$$\frac{d\sigma_{inc}}{d^3p} = \left(\frac{\Delta N_{part}}{\Delta^3p} / N_{events} \right) \frac{1}{\rho\lambda N_A/A} \frac{N_{events}}{N_{beams}} \quad (14.8)$$

$$E \frac{d\sigma_{inc}}{d^3p} = \left(E \frac{\Delta N_{part}}{\Delta^3p} / N_{events} \right) \sigma_{trigger} \quad (14.9)$$

Rovnice (14.8) a (14.9) sú aplikovateľné len vtedy, ak je počet udalostí v *DST* (ktorý značíme N_{events}) rovný počtu signálov triggera (okrem signálov, spôsobených interakciami v stenách terča, tie sme už odpočítali). Toto však nie je pravda, pretože programové vybavenie, ktoré má na starosti spracovanie dát vylučuje z *DST* udalosti, pri ktorých nebola v komorách experimentu zaregistrovaná ani jedna častica.¹ Druhý problém je spojený s tým, že v

¹ Trigger môže zhlásiť interakciu, ale napriek tomu sa môže stať, že vyprodukované častice budú letieť mimo oblasť akceptancie detektora.

udalostiach, v ktorých bolo vytvorených (pozorovaných) málo častíc sa môžu objaviť problémy s určením polohy primárneho vertexu. Takéto udalosti nie sú zahrnuté do *DST*. Podrobná štúdia ukazuje [61], že vylúčených je približne 20% všetkých udalostí. Obidva tieto efekty sa prejavujú v udalostiach, v ktorých bolo vytvorených málo častíc, čiže nedochádza k tomu, žeby boli vylúčené udalosti obsahujúce Δ^{++} .² Preto formula, pomocou ktorej budeme ďalej počítať inkluzívne účinné prierezy je

$$\frac{d\sigma_{inc}}{d^3p} = \left(\frac{\Delta N_{part}}{\Delta^3 p} / N_{events} \right) \times \sigma_{trigger} \times 0.8. \quad (14.10)$$

Nepresnosť v určení absolútnej normalizácie môže prispievať k systematickej chybe nameraných inkluzívnych účinných prierezov. Časť systematickej chyby je spôsobená nepresnosťou σ_{trigg} (napríklad v určení hustoty terča z kvapalného vodíka, na presné určenie by bolo potrebné poznať hustotu bubliniek v kvapaline terča). Druhou časťou je nepresnosť odhadnutia strát udalostí počas spracovania dát. Odhadujeme, že celková systematická chyba, spôsobená normalizáciou sa pohybuje na úrovni 10%.

²Znamená to, že ΔN_{part} nie je triggerom ovplyvnené, ale počet udalostí, zapísaných na pásku je menší ako je počet šľuknutí triggera.

Kapitola 15

Experimentálne výsledky.

15.1 Rozdelenie v priečných hybnostiach.

Na odmeranie absolútne normalizovaných účinných prirezov Δ^{++} potrebujeme poznať rozdelenie rezonancií v priečnej hybnosti. V tomto smere sa niet o čo oprieť, keďže merania transversálneho rozdelenia tejto rezonancie boli zatiaľ vykonané len v doprednej oblasti ($x_F > 0.6$), zatiaľ čo naša akceptancia je sústredená v centrálnej oblasti ($0 < x_F < 0.7$).

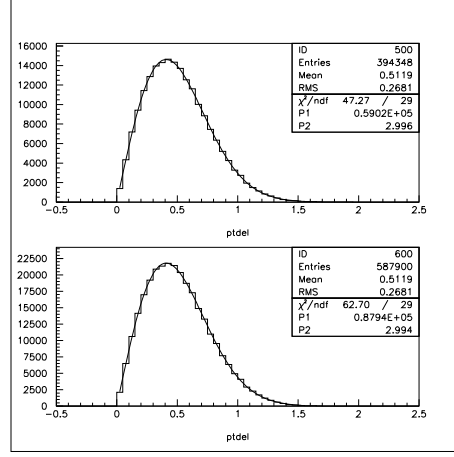
Ak chceme použiť metódu miešania udalostí, musíme obmedziť interval prípustných hybností v pozdĺžnom smere pre dcérske častice. Najprv vyšetříme, ako takáto selekcia ovplyvní rozdelenie rezonancií v priečnom smere.

Pomocou Monte Carlo programu sme generovali rezonancie s rovnomerným rozdelením v x_F a Gaussovským rozdelením v p_T ¹

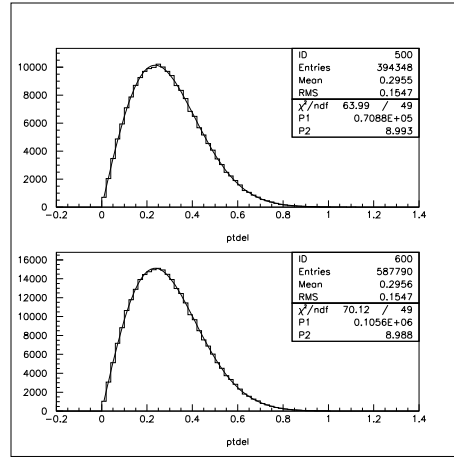
$$\frac{d\sigma}{dp_{T\Delta}} \sim p_{T\Delta} e^{-\alpha p_{T\Delta}^2}. \quad (15.1)$$

Predpokladali sme, že longitudinálna a transversálna hybnosť sú na sebe nezávislé. Na obrázku (15.1) hore je možné vidieť rozdelenie vygenerovaných rezonancií pre $\alpha = 3$. Použili sme len tie rezonancie, ktorých x_F ležalo v intervale $0 < x_F < 0.4$. Výsledok fitu na obrázku ukazuje, že generované rozdelenie je skutočne v súlade s rozdelením daným rovnicou (15.1). Na obrázku (15.1) dolu je možné vidieť rozdelenie rezonancií, ktorých rozpadom vznikol protón v intervale $0 < x_{Fp} < 0.4$. Toto rozdelenie je prakticky totožné s rozdelením priečných hybností pre generované rezonancie.

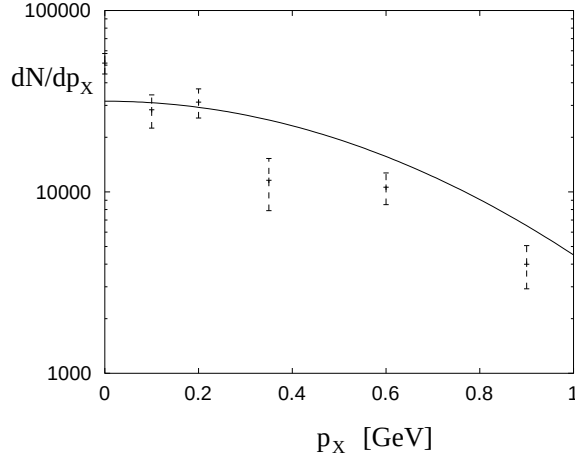
¹Aby som bol presnejší, Gaussove rozdelenie má veličina $d\sigma/dp_T^2$.



Obrázok 15.1: Generované spektrum v p_T . Na horizontálnej osi je priečna hybnosť v GeV . Obrázok ukazuje, že keď predpokladáme nezávislé rozdelenie v pozdĺžnom a priečnom smere, je jedno, či fixujeme pozdĺžnu hybnosť rezonancie, alebo protónu, ktorý vznikol jej rozpadom.



Obrázok 15.2: Generované spektrum v p_T . Na horizontálnej osi je priečna hybnosť v GeV .



Obrázok 15.3: Namerané spektrum v $p_{x\Delta}$.

Na obrázku (15.2) je možné vidieť obdobné rozdelenia pre $\alpha = 9$. Opäť je rozdelenie priečnej hybnosti pre rezonancie s dcérskym protónom v zafixovanom intervale hybností totožné s rozdelením generovanej rezonancie. Preto nám stačí merať rozdelenie priečných hybností pre rezonancie, ktorých dcérsky protón leží v istom, vopred zvolenom bine v x_F .

Zafixovaním protónu v bine x_F zaistíme, že miešané páry nebudú silne narušovať zákon zachovania energie. Zostáva nám ešte nejakým spôsobom zafixovať interval v priečných hybnostiach.

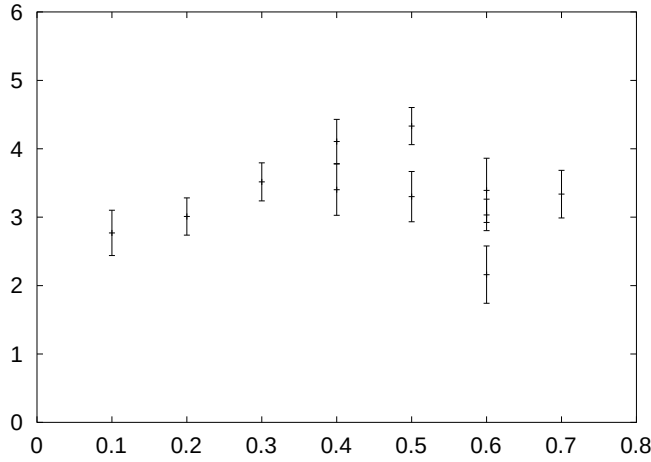
Bohužiaľ nie je možné priamo zafixovať bin v p_T rezonancie (t.j. nakresliť spektrum invariantných hmotností len pre tie páry p, π , ktorých sumárne p_T patrí do zvoleného intervalu v priečnej hybnosti a potom metódou miešania udalostí odčítať pozadie). Dôvod je rovnaký ako v prípade zafixovania binu v x_F rezonancie. Metóda miešania udalostí pri takejto voľbe neumožňuje získať správny tvar pozadia.

Môžeme však využiť tvar rovnice (15.1)², ktorá je ekvivalentná

$$\frac{d\sigma}{dp_{x\Delta}} \sim e^{-\alpha p_{x\Delta}^2} \quad (15.2)$$

a merať počet rezonancií v bine $p_{x\Delta}$. Za týmto účelom sme použili rovnakú iteratívnu techniku, ako na meranie pozdĺžneho rozdelenia (kapitola (13.3)). Zafixovali sme bin v p_{xp} a $p_{x\pi}$ a iteratívne určili $dN/dp_{x\Delta}$. Kombinácie binov

²Ukazuje sa, že pre všetky baryóny je možné tvar rozdelenia v priečných hybnostiach popísať Gaussovým rozdelením.



Obrázok 15.4: Merané $d\sigma/dx_F$ ako funkcia $x_{F\Delta}$.

v p_{xp} a $p_{x\pi}$ sme zvolili za pomoci Monte Carlo simulácie, čiže jedná sa o biny, do ktorých dáva rezonancia s príslušným $p_{x\Delta}$ maximálny príspevok. Použité biny sú uvedené v tabuľke (15.1). Výsledky merania sú znázornené

x_{Fp}	$x_{F\pi}$	$x_{F\Delta}$
(−0.05; 0.05)	(−0.05; 0.05)	(−0.1; 0.1)
(0.05; 0.15)	(−0.05; 0.05)	(0.; 0.2)
(0.1; 0.2)	(0.; 0.1)	(0.1; 0.3)
(0.2; 0.4)	(0.; 0.1)	(0.2; 0.5)
(0.4; 0.6)	(0.; 0.2)	(0.4; 0.8)
(0.5; 0.8)	(0.1; 0.4)	(0.6; 1.2)

Tabuľka 15.1: Hybnostné biny na meranie rozdelenia v p_x .

na obrázku (15.3) spolu s fitom funkciou $y = Ke^{-\alpha p_{x\Delta}^2}$. Fit dáva pre hodnotu koeficientu $\alpha = 2.95 \pm 0.47$ v intervale $0. < x_F < 0.4$ a $\alpha = 2.5 \pm 0.48$ v intervale $0.4 < x_F < 0.6$. Pre potreby merania pozdĺžneho spektra rezonancie sme použili hodnotu $\alpha = 3$.

15.2 Rozdelenie v x_F .

Akonáhle máme odmerané rozdelenie Δ^{++} v priečnom smere, môžeme pristúpiť k meraniu diferenciálneho účinného prierezu ako funkcie x_F . Pri

tom použijeme iteratívny postup, ktorý sme popísali v kapitole (13.3). Biny v hybnosti protónu a piónu sme vyberali tak, aby hybnosť protónu sledovala pozdĺžnu hybnosť materskej rezonancie. Zvolené biny sú uvedené v tabuľke (15.2).

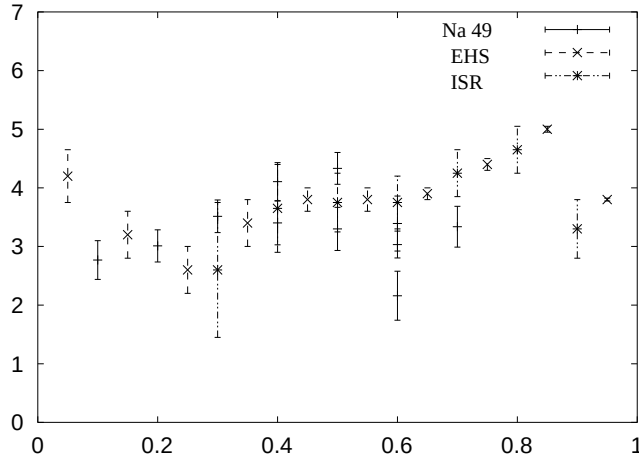
x_{Fp}	$x_{F\pi}$	$x_{F\Delta}$
(0.; 0.1)	(0.; 0.1)	(0.; 0.2)
(0.1; 0.2)	(0.; 0.1)	(0.1; 0.3)
(0.2; 0.3)	(0.; 0.1)	(0.2; 0.4)
(0.2; 0.3)	(0.1; 0.2)	(0.3; 0.5)
(0.3; 0.4)	(0.; 0.1)	(0.3; 0.5)
(0.3; 0.4)	(0.1; 0.2)	(0.4; 0.6)
(0.3; 0.4)	(0.2; 0.3)	(0.5; 0.7)
(0.4; 0.5)	(0.; 0.1)	(0.4; 0.6)
(0.4; 0.5)	(0.1; 0.2)	(0.5; 0.7)
(0.4; 0.5)	(0.2; 0.3)	(0.6; 0.8)
(0.5; 0.6)	(0.; 0.1)	(0.5; 0.7)

Tabuľka 15.2: Hybnostné biny na meranie rozdelenia v $x_{F\Delta}$.

Z tabuľky je vidieť, že v niekoľkých prípadoch zodpovedá tomu istému x_F materskej rezonancie niekoľko rôznych binov v hybnostiach dcérskych častíc. Keďže sa jedná o štatisticky rôzne vzorky rezonancií, môžeme ich považovať za nezávislé merania účinného prierezu rezonancie pri tom istom x_F . Rozptyl medzi nimi naznačuje veľkosť systematických chýb.

Výsledné účinné prierezy ako funkcia x_F sú znázornené na obrázku (15.4). Časť fázového priestoru, ktorá je pokrytá zodpovedá intervalu $0. < x_F < 0.7$. Keďže systém pp je symetrický, nie je potrebné merať inkluzívne účinné prierezy v zadnej hemisfére, kde rýchlo strácame akceptanciu pre pióny. V doprednej hemisfére je naše meranie limitované do oblasti $x_F < 0.7$, keďže viac dopredu rýchlo strácame akceptanciu pre protóny.

Na obrázku (15.4) sú znázornené len čisto štatistické chyby merania. Okrem nich sú nami odmerané účinné prierezy zaťažené aj systematickými chybami, ktoré sú na úrovni 10 % a rozhodujúcou mierou do nich prispieva chyba určenia účinného prierezu triggeru a strát spôsobených vyhodnocovacím programovým vybavením.



Obrázok 15.5: Namerané spektrum $d\sigma/dx_F$ ako funkcia $x_{F\Delta}$, porovnané s výsledkami iných experimentov.

15.3 Porovnanie s existujúcimi meraniami.

Záujem o štúdium rezonancií nadobudol svoj nový kontext začiatkom sedemdesiatych rokov pri skúmaní mnohočasticovej produkcie pri zrážkach vysokoenergetických hadrónov (pekný prehľad je napríklad v [33] a [34]). Ukázalo sa, že veľká časť pozorovaných stabilných častíc je produktom rozpadov rezonancií a preto na pochopenie dynamiky reakcií je nevyhnutné poznať účinné prierezy a typy produkovaných rezonancií.

Prvá skupina meraní účinných prierezov a hybnostných rozdelení Δ^{++} sa objavila začiatkom sedemdesiatych rokov [19],[10],[25]. Tieto výsledky boli získané pomocou bublinových komôr, pričom využívali identifikáciu nabitých častíc v oblasti nízkych energií (oblasť $1/\beta^2$) a sú obmedzené na malé hybnosti v laboratórnej sústave (pri uvažovaných energiách táto oblasť v *CMS* zodpovedá $-1 < x_F < -0.6$). Bolo odmerané rozdelenie Δ^{++} v priečnej hybnosti, pričom bolo namerané $dN/dp_T^2 \sim e^{-8.2p_T^2}$ [19] a $dN/dp_T^2 \sim e^{-(10.5 \pm 0.9)p_T^2}$ [10]. Keďže kinematická oblasť týchto meraní je odlišná od našej, nie je možné tieto výsledky priamo porovnať s našimi.

Neskôr sa objavili merania, vykonané pomocou modernejších elektronických experimentov (spektrometer *EHS* a experimenty vykonané na *ISR*). Tieto experimenty majú lepšie akceptančné pokrytie, v prípade *EHS* bol pokrytý prakticky celý fázový priestor, experimenty na *ISR* pokrývali väčšinu fázového priestoru s výnimkou v oblasti malých x_F .

Pokiaľ ide o longitudinálne spektrum Δ^{++} , máme dohromady k dis-

pozícii tri absolútne normalizované merania [10],[18],[3]. Dve z nich boli prevedené pomocou fitovania pozadia polynómom [10],[3], tretie z nich metódou miešania udalostí [18]. Všetky tieto merania boli prevedené pri vyšších energiách, než je naša ($\sqrt{s} = 17.2 \text{ GeV}$), konkrétne pri $\sqrt{s} = 19.64 \text{ GeV}$ [10], $\sqrt{s} = 27.5 \text{ GeV}$ [3], $\sqrt{s} = 62, 45, 31 \text{ GeV}$ [18]. Porovnanie týchto výsledkov ukazuje nezávislosť produkčných účinných prierezov od $\sqrt{s}$.

Meranie [10] je sústredené na doprednú oblasť, $-1 < x_F < -0.6$, preto sa môžeme priamo porovnávať len s ostatnými dvomi meraniami. Tieto dve skupiny dát sú navzájom vo veľmi dobrom súlade a sú aj vo veľmi dobrom súlade s našim meraním (obrázok 15.5).

Kapitola 16

Vplyv vyšších rezonancií na meranie účinného prierezu Δ^{++} .

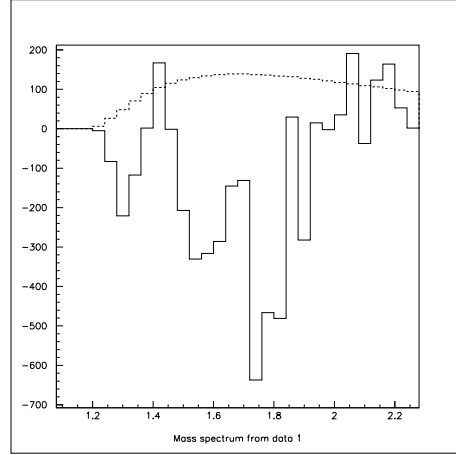
Naše výsledky, ktoré boli prezentované v predchádzajúcej kapitole sa opierajú o predpoklad, že máme jednu rezonanciu v kanáli $p\pi^+$ a silne nekorelované pozadie. Na prvý pohľad sa to zdá byť oprávnené – Δ^{++} je jediná známa rezonancia s dvojnásobným nábojom a nie sú známe žiadne iné nízko ležiace rezonancie s dvojnásobným nábojom.

Potenciálny problém predstavujú vyššie kladné rezonancie (N^* , Δ^* , ...). Tieto rezonancie boli pozorované pomocou fázovej analýzy vo formačných experimentoch, otázka, či sa produkujú aj v produkčných experimentoch nie je zatiaľ uspokojivo zodpovedaná. Väčšina teoretických modelov, ktoré sú v súčasnosti k dispozícii nepredpokladajú produkciu vyšších rezonancií, než je baryónový deкупlet (napríklad [23], [6], [5]). Na druhej strane existujú experimentálne indície, ktoré nasvedčujú tomu, že by sa ťažšie rezonancie mohli v protón–protónových zrážkach produkovať (náznaky produkcie $N^*(1680)$ a $N^*(1440)$ boli pozorované v [19]).

S najväčšou pravdepodobnosťou bude možné rozhodnúť, či sa skutočne v protón–protónových zrážkach produkujú ťažšie rezonancie len čo bude k dispozícii kompletná štatistika experimentu *Na49*.¹

Štatistika, ktorú máme momentálne k dispozícii neumožňuje túto otázku rozhodnúť, aj keď náznaky sú viditeľné už teraz. Na obrázku (16.1) je zo-

¹V súčasnosti máme k dispozícii 400000 $p-p$ udalostí, čo je približne kompletná štatistika *EHS* [3]. V nasledujúcich rokoch možno očakávať, že sa celkový počet udalostí, ktoré budeme mať k dispozícii minimálne z päťnásobi.



Obrázok 16.1: Spektrum trojčasticových invariantných hmotností.

brazené odčítané spektrum trojčasticových invariantných hmotností sústavy $p\pi^+\pi^-$. Je možné vidieť hrbčeky v oblasti 1400 MeV a 1700 MeV s možnými ďalšími v oblasti vyšších invariantných hmotností. Štatistická chyba (1σ), odhadnutá z veľkosti odčítaného pozadia je znázornená prerušovanou čiarou.

Ak sú vyššie rezonancie skutočne produkované, je potrebné zohľadniť tento fakt pri výpočte účinného prierezu Δ^{++} . Väčšina spomínaných rezonancií má okrem dvojčasticových kanálov nukleón-pión (ktoré nevidíme, pretože jedna z produkovaných častíc je neutrálna) a Δ^{++} pión (ktorý je zahrnutý v našej analýze) aj trojčasticové kanály typu $p\pi^+\pi^-$. Pár $p\pi^+$, pochádzajúci z takéhoto rozpadu prispieva k rozdeleniu invariantných hmotností v skúmanom kanáli. Rozdelenie hmotností takýchto párov má svoje maximum práve v oblasti Δ^{++} rezonancie a môže spôsobiť nadhodnotenie nami odmeraného účinného prierezu. Veľkosť tohoto efektu budeme môcť odhadnúť ak sa podarí určiť účinné prierezy pre produkciu vyšších baryónových rezonancií.

Kapitola 17

Záver.

Táto práca sa zaoberá použitím plynových polohovo–citlivých detektorov v súčasnej fyzike vysokých energií. Tieto detektory sa používajú najmä tam, kde treba získať trojrozmernú informáciu o polohách nabitých častíc vo veľkých aktívnych objemoch.

Podľa môjho názoru ciele práce boli splnené.

Vypracoval som detailnú mikroskopickú simuláciu Časovo–projekčnej komory. Ukazuje sa, že pomocou takejto simulácie je možné bez voľných parametrov kvantitatívne popísať parametre komory, ako napríklad priestorové rozlíšenie, veľkosť klastra alebo straty náboja v dôsledku aplikácie prahov. Tak isto sa mi podarilo identifikovať a kvantitatívne ohodnotiť faktory, ovplyvňujúce tieto parametre. Tam, kde to bolo možné som sa snažil výsledky simulácie ilustrovať pomocou jednoduchých kvalitatívnych štatistických modelov.

V druhej časti práce som využil znalosti práce *TPC* na štúdium vysokoenergetických hadrónových zrážok, konkrétne venoval som sa produkcii rezonancií v protón–protónových zrážkach, využijúc dobrú akceptanciu, hybnostné rozlíšenie a identifikáciu komôr v experimente *Na49*.

Preskúmal som aplikovateľnosť metódy miešania udalostí a navrhol konkrétny spôsob jej použitia. Táto metóda je vhodná na odhad pozadia pod širokými rezonanciami. Navrhol som spôsob miešania a ukázal, že pri takejto procedúre je pozadie pod rezonanciami v prípade protón–protónových zrážok správne reprodukované. Ďalej som ukázal, že počet rezonancií, ktoré boli vyprodukované v určitom intervale hybností je možné extrahovať z experimentálnych dát pomocou jednoduchého simulačného programu, popisujúceho produkciu a rozpad skúmanej rezonancie.

Navrhovanú procedúru som aplikoval na prípad rezonancie Δ^{++} , kde som

mohol získané účinné prierezy porovnať s dvomi už existujúcimi meraniami. Mnou získané spektrá v longitudinálnom smere sú vo veľmi dobrom súlade s už existujúcimi meraniami. Okrem toho sa mi podarilo získať spektrum tejto rezonancie v priečnej hybnosti, kde v centrálnej oblasti takéto meranie doteraz neexistovalo.

Verím, že len čo budú k dispozícii štatisticky významnejšie množstvá dát, bude možné mnou navrhovanú procedúru použiť na vyhľadávanie vyšších rezonancií. Prvé pokusy ukazujú, že by táto cesta mohla byť schodná.

Časť IV

Dodatky

Dodatok A

Časovo projekčná komora (TPC) s necylindrickou geometriou pre experiment ALICE.

A.1 Prečo netradičné geometrie?

Princíp činnosti Časovo–projekčnej komory (TPC) sa osvedčil v mnohých aplikáciách. TPC sa používajú v experimentoch s malou hustotou častíc na elektrón–pozitrónových urýchľovačoch s protibežnými zväzkami (ALEPH, DELPHI,...), aj v experimentoch skúmajúcich zrážky ťažkých iónov (Na49, STAR,...). Umožňujú vykonávať presné merania polôh častíc vo veľkých detekčných objemoch pri relatívne malom počte elektronických kanálov. Polohová informácia je vskutku trojrozmerná, čo umožňuje dobré rozpoznávanie dráh častíc v hustých prostrediach.

TPC je navrhovaná ako hlavný trekovací detektor v barrelovej časti experimentu ALICE. Majú sa v nej vyhľadávať dráhy častíc a má aj prispievať k ich identifikácii.

Tradičný cylindrický tvar TPC je v prípade experimentu na protibežných zväzkoch dosť nešťastný. Podľa štandardného návrhu [24] má mať TPC v experimente ALICE cylindrický tvar a informácia sa má odčítavať na vonkajších podstavách tohoto valca. Vyprodukované častice, ktoré majú nulovú rapiditu prechádzajú cez komoru kolmo na intenzitu elektrického poľa (čo je ideálny prípad pre rozlíšenie TPC) a majú zlé priestorové rozlíšenie kvôli veľkej dĺžke driftu (až po $2.5m$). Častice, ktoré majú plus mínus jednu jed-

notku rapidity síce prechádzajú komorou blízko k podstavám valca, čiže majú malú dĺžku driftu, majú však zlé priestorové rozlíšenie kvôli veľkému uhlu náklonu vzhľadom na rovinu padov (až po 45°). Veľká stredná dĺžka driftu zapríčiňuje veľké klastry a veľkú okupačnú hustotu komory.

Veľká časť vyprodukovaných častíc ($\eta = 1 - 2$) prechádza cez proporcionálne časti TPC a vyrába dodatočnú ionizáciu, ktorá zvyšuje pravdepodobnosť prierazov a starnutia detektora. Tieto častice majú príliš malú dráhu v aktívnom objeme komory na to, aby sa dali identifikovať pomocou dE/dx a príliš zlé priestorové rozlíšenie na to, aby sa dala presne odmerať ich hybnosť. Na druhej strane vytvárajú veľké množstvo priestorového náboja, ktorý putuje do driftového objemu komory. Keďže kladné ióny majú driftovú rýchlosť o niekoľko rádov menšiu ako elektróny a väčšiu driftovú vzdialenosť (skoro celú maximálnu dĺžku driftu 2.5 m), hromadia sa v driftovom objeme a spôsobujú distorzie elektrického poľa.

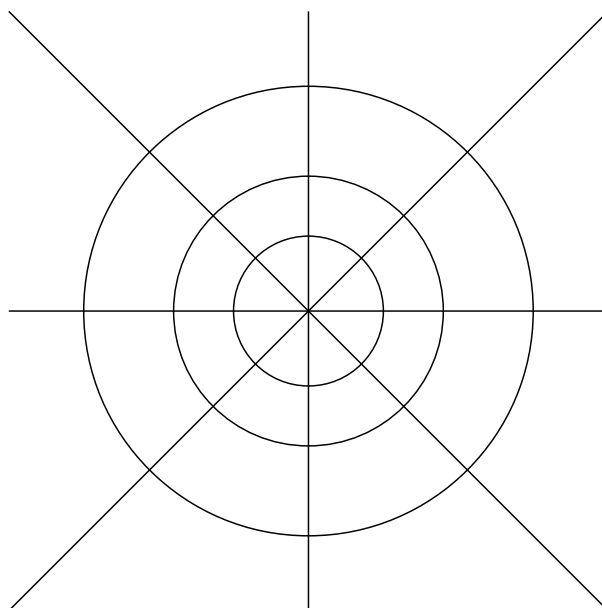
V tejto kapitole rozdiskutujeme možnosti použiť v ALICE TPC komoru s neštandardným tvarom.

A.2 „Fokusujúce pole“ – všeobecné geometrické úvahy.

Experiment, pracujúci na urýchľovači protiběžných zväzkov má dve symetrie, sférickú symetriu vzhľadom na bod interakcie a osovú symetriu vzhľadom na os zväzku.

Ak chceme, aby bol pre čo najväčšiu časť vyprodukovaných častíc ich uhol vzhľadom na rovinu padov čo najmenší, musíme komoru dajakým spôsobom zakriviť okolo interakčného bodu. Súčasne s tým chceme zachovať osovú symetriu. Bohužiaľ nie je možné splniť obidve tieto požiadavky s homogénnym elektrickým poľom.¹ Takéto všeobecné úvahy nás priviedli

¹Problém je v tom, že keď zakrívime komoru okolo interakčného bodu a súčasne s tým zachováme osovú symetriu, rôzne časti komory sa budú nachádzať v rôznych vzdialenostiach od osi zväzku. Projekcie objemu komory do roviny kolmej na zväzok budú mať teda rôzne plochy. Na to, aby siločiar elektrického poľa namapovali jednu takúto plochu na druhú, je potrebné nehomogénne elektrické pole.



Obrázok A.1: Elektrické pole bodového náboja.

k zavedeniu pojmu „fokusujúceho poľa“, nehomogénneho elektrického poľa, ktorého siločiarly nie sú rovnobežné.

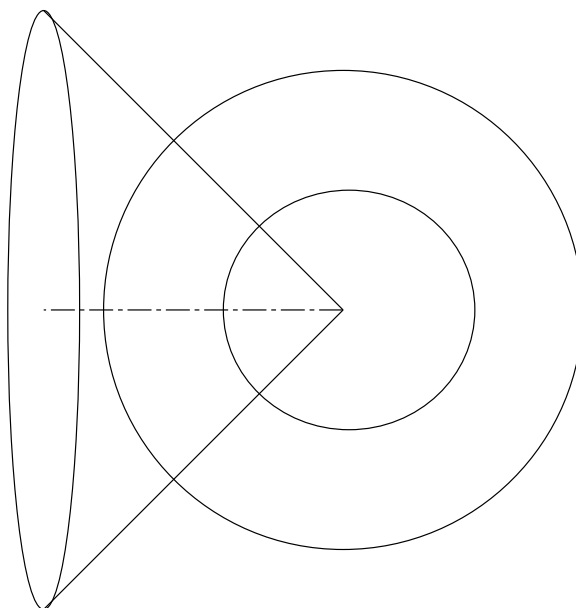
Najjednoduchšie takéto pole je pole bodového náboja (vid obrázok (A.1)).

Ekvipotenciálne plochy sú guľové plochy so stredom v mieste, kde leží náboj, siločiarly elektrického poľa ich na seba navzájom mapujú. Ďalej budeme brať do úvahy časť takéhoto poľa na sfére, ktorá je ohraničená medzi dvomi guľovými plochami.

Ak chceme dosiahnuť, aby toto pole bolo osovo symetrické, musíme vhodne vyrezať jeho časť. Rozumný spôsob, ako to docieľiť je použiť prienik medzi sférou a kužeľom (pozri obrázok (A.2)).

Ak si chceme uvoľniť priestor pre trubicu zväzku a vnútorné detektory, potrebujeme použiť niekoľko kužeľov. Potom je prirodzené umiestniť interakčný bod v blízkosti vonkajšej hranice takto vzniknutého objemu (pozri obrázok (A.3)). V ďalšom texte budeme nazývať komoru s takýmto poľom „guľová komora“.

Ďalšia možnosť je použiť pole elektrického dipólu, čiže dvoch bodových nábojov rovnakej veľkosti a opačného náboja. Takéto pole je osovo symetrické, preto je prirodzené použiť jeho časť ohraničenú dvomi ekvipotenciál-



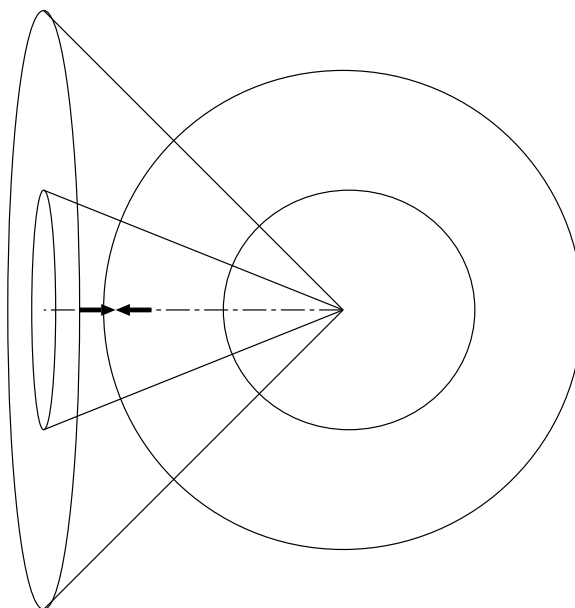
Obrázok A.2: Rez poľa bodového náboja kužeľom.

nymi plochami a zodpovedajúcimi siločiarami (vid obrázok (A.4)). Vznikne tak síce predo–zadná asymetria, tú však môžeme odstrániť tak, že použijeme celú štruktúru dva krát, oba diely k sebe priložíme podľa zrkadlovej symetrie (to isté je potrebné spraviť s guľovou komorou). V ďalšom texte budeme nazývať komoru s takouto geometriou "dipólová komora". Prirodzená poloha interakčného bodu je v strede medzi dvomi nábojmi.

A.3 Integrácia do experimentu ALICE.

Obe navrhované geometrie majú niekoľko voľných parametrov. Tieto parametre je nevyhnutné nastaviť tak, aby komora spĺňala základné požiadavky, ktoré na ňu kladie návrh experimentu ALICE:

- TPC musí pokryť dve jednotky v rapidite okolo nulovej rapidity, to znamená, že musí byť schopná registrovať častice s uhlom náklonu voči rovine padov θ až po 45°
- dĺžka dráhy väčšiny častíc v aktívnom objeme komory musí byť postačujúca na to, aby bolo možné tieto častice efektívne identifikovať



Obrázok A.3: Geometria "guľovej komory". Poloha interakčného bodu je označená šípkami.

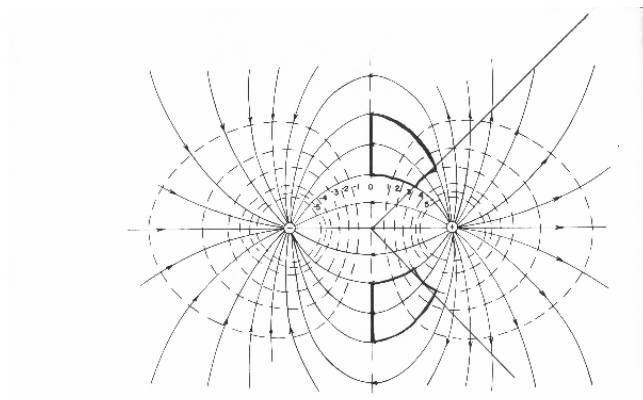
vať pomocou dE/dx (v našom prípade simulácie ukazujú, že potrebná dĺžka je 150cm)

- uhol náklonu dráh častíc voči rovine padov musí byť čo najmenší
- musí byť možná integrácia s vonkajšími aj vnútornými detektormi

A.3.1 “Guľová komora”

Návrh geometrie guľovej komory, optimalizovaný vzhľadom na požiadavky ALICE je na obrázku (A.5). Táto komora bola optimalizovaná vzhľadom na častice s uhlom $\theta = 30^\circ$, tieto častice pretínajú komoru kolmo na intenzitu elektrického poľa v strede komory. Pre tieto častice sme požadovali dĺžku dráhy v komore aspoň 150 cm . Komora je navrhnutá tak, aby registrovala častice s $\theta = 0^\circ$ aj $\theta = 45^\circ$.

Proporcionálne komory sú umiestnené na guľových ekvipotenciálnych plochách bližšie k bodovému náboju. Je možné položiť potenciál na nich na nulu. Driftový priestor musí obsahovať pole formujúce elektródy v tvare

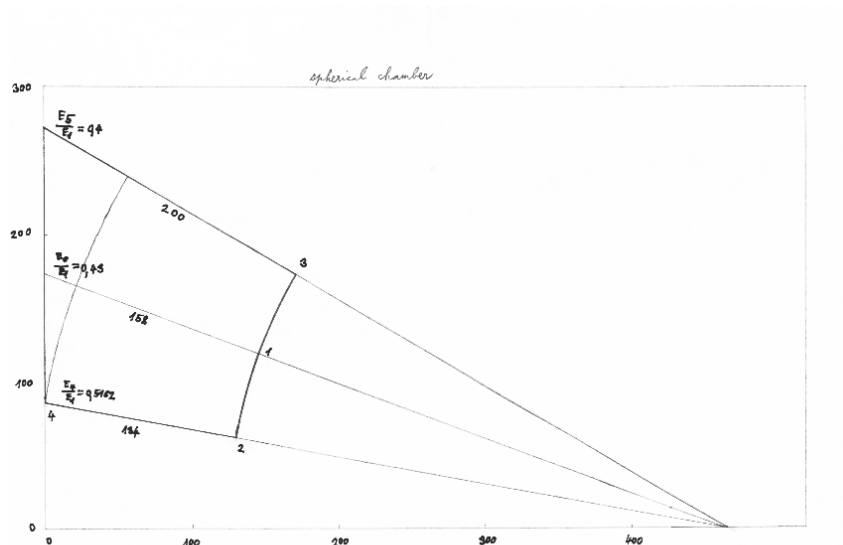


Obrázok A.4: Geometria dipólovej komory.

kruhových stripov, ktoré musia vytvárať elektrické pole v súlade s zákonom $E \sim 1/r^2$.

Potenciál na stripoch musí byť teda nastavený podľa vzdialenosti od virtuálneho bodového náboja podľa pravidla $V \sim 1/r$ (plus aditívna konštanta, ktorá zabezpečí, aby bol potenciál na proporcionálnych komorách rovný nule). Stripy musia pokračovať v nesférickej časti komory okolo midrapidity tak, aby udržiavali pole v tvare $1/r^2$.

Za takýchto podmienok netvorí vysokonapäťová elektróda ekvipotenciálnu plochu a musí byť poskladaná zo stripov, ktorých potenciály sú nastavené podľa ich vzdialenosti od virtuálneho náboja.



Obrázok A.5: Geometria guľovej komory.

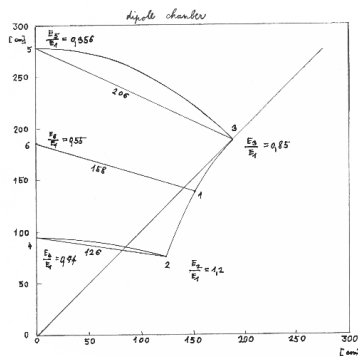
Veľkosť intenzity elektrického poľa v komore je možné meniť tak, že meníme veľkosť virtuálneho náboja (teda meníme potenciály na pole formujúcich elektródach), pričom však relatívne zmeny poľa v jednotlivých bodoch zostanú zachované. Veľkosť intenzity elektrického poľa je najväčšia v blízkosti proporcionálnych komôr a klesá na približne 40 % v strede komory.

Takáto geometria komory umožňuje výrazne znížiť maximálnu dĺžku driftu (z 2.5 m na 1.5 m). Súčasne s tým majú siločiar elektrického poľa tendenciu stláčať elektrónové oblaky z ionizácie, čiže efektívne znižovať difúziu. Toto výrazne zníži okupanciu komory.²

A.3.2 Dipólová komora.

Navrhovaná geometria dipólovej komory je na obrázku (A.6).

²Stredná kvadratická odchýlka difúzie je úmerná odmocnine z driftovej rýchlosti. Faktor relevantný pre okupančnú hustotu komory je plocha klastra, ktorá je teda priamo úmerná dĺžke driftu. Keď zoberieme do úvahy zmenu v dĺžke driftu a stláčanie elektrónových oblakov, môžeme očakávať zlepšenie okupancie komory s faktorom 2.



Obrázok A.6: Geometria dipólovej komory.

Táto komora bola navrhnutá na základe podobných kritérií ako guľová komora, preto sú aj jej rozmery podobné (teda stredná dĺžka driftu je okolo 1.5 m !).

Pri takomto type poľa leží ekvipotenciálna plocha určená podmienkou $V = 0$ v strede medzi oboma virtuálnymi nábojmi, kolmá na os zväzku. Tým pádom je prirodzené umiestniť tam proporcionálne komory. Pri takejto voľbe budú mať častice pretínajúce komoru pod veľkým uhlom vzhľadom na os zväzku veľmi dobré priestorové rozlíšenie, keďže dĺžka driftu pre ne je malá a letia kolmo na elektrické pole. Ďalšia výhoda je, že kladné ióny od nepoužiteľných častíc majú krátku dĺžku driftu, kým sú pozbierané na vysokonapäťovej elektróde.

Driftový priestor musí v takomto prípade kopírovať ekvipotenciálne plochy a siločiaru, pole formujúce elektródy musia byť nastavené na potenciály vypočítané z vzdialeností od virtuálnych nábojov.

Veľkosť intenzity elektrického poľa v komore je možné nastaviť tak, že meníme veľkosti virtuálnych nábojov. Veľkosť intenzity elektrického poľa je maximálna v pravom dolnom rohu komory a klesá až na 30 % svojej hodnoty vo vrchnej časti komory.

A.4 Korekcie.

Ako sme sa už zmienili, navrhované necylindrické geometrie majú niekoľko výhod, najmä menšiu dĺžku driftu a menšie uhly náklonu dráh častíc v porovnaní s cylindrickou komorou. Cena, ktorú je potrebné za to zaplatiť je komplikovanejšia mechanická štruktúra, nehomogénne elektrické pole a nerovnoběžnosť elektrického poľa s magnetickým. Efekty, spôsobené nehomogénnym elektrickým poľom a neparalelitou $\vec{E}$ a $\vec{B}$ budú musieť byť odstránené offline programovým vybavením.

V tejto kapitole prediskutujeme druhý zo spomínaných efektov. Kvôli nerovnoběžnosti $\vec{E}$ a $\vec{B}$ elektróny nedriftujú pozdĺž siločiar elektrického poľa a miesto, kde sú zozbierané je posunuté. V tejto časti sa pokúsím urobiť odhad veľkosti týchto posunutí pre guľovú komoru. Pokiaľ ide o dipólovú komoru, situácia je komplikovanejšia, je však možné očakávať posunutia rovnakého rádu (keďže rozmery komory sú podobné).

Driftovú rýchlosť elektrónu v obecnom prípade $\vec{E}$ ktoré nie je rovnoběžné s $\vec{B}$ môžeme vyjadriť v tvare [16].

$$\vec{u} = \mu E \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} [\vec{E}_0 + \omega \tau \vec{E}_0 \times \vec{B}_0 + \omega^2 \tau^2 (\vec{E}_0 \cdot \vec{B}_0) \vec{B}_0] \quad (\text{A.1})$$

V tomto vzťahu sú $\vec{E}_0, \vec{B}_0$ jednotkové vektory v smere $\vec{E}$ a $\vec{B}$, μ je pohyblivosť a $\omega \tau$ je tangens Lorentzovho uhla [16].

Začneme tým, že rozdiskutujeme situáciu v rovine určenej vektormi $\vec{E}$ a $\vec{B}$. Z rovnice (A.1) dostaneme:

$$\tan \gamma = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha (1 + \omega^2 \tau^2)} \quad (\text{A.2})$$

kde γ je uhol medzi $\vec{u}$ a $\vec{B}$, α medzi $\vec{E}$ a $\vec{B}$. To čo nás zaujíma je uhol medzi $\vec{u}$ a $\vec{E}$, $\delta = \alpha - \gamma$.

Zmes plynov, ktorá je navrhnutá pre ALICE TPC je $Ne + CO_2(90 : 10)$, studený plyn s $\omega \tau = 0.13$ a malými difúznymi koeficientmi v driftovom poli.

Pri navrhovanej geometrii komory sa uhol medzi $\vec{E}$ a $\vec{B}$ mení od 10° v blízkosti osi zväzku do 30° , pričom stredný uhol je približne 20° . Predpokladaná dĺžka driftu 150 cm nám dá $\delta = 0.1632^\circ$ a posunutie elektrónov $d = 0.426 \text{ cm}$ pre $\alpha = 10^\circ, \delta = 0.306^\circ$, $d = 0.802 \text{ cm}$ pre $\alpha = 20^\circ, \delta = 0.4148^\circ$ a $d = 1.08 \text{ cm}$ pre $\alpha = 30^\circ$.

Významnejší je $\vec{E} \times \vec{B}$ efekt v driftovom priestore. Z rovnice (A.1) dostaneme:

$$\tan \psi = \frac{\omega \tau \sin \alpha}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha \omega^2 \tau^2 (2 + \omega^2 \tau^2)}} \quad (\text{A.3})$$

kde ψ je uhol medzi rovinou danou $\vec{E}$, $\vec{B}$ a vektorom driftovej rýchlosti. Použitím tejto rovnice dostaneme $\psi = 3.67^\circ$ pre $\alpha = 30^\circ$, $\psi = 2.5^\circ$ pre $\alpha = 20^\circ$ a $\psi = 1.27^\circ$ pre $\alpha = 10^\circ$.

Pre odhad veľkosti posunu elektrónov môžeme zanedbať člen v rovnici (A.1) úmerný $\vec{B}_0$. Za tohoto predpokladu prevažuje zložka driftovej rýchlosti elektrónu v smere $\vec{E}$, pričom má elektrón ešte dodatočnú zložku rýchlosti kolmú na rovinu danú $\vec{E}$, $\vec{B}$. Driftové čiary elektrónov ležia na povrchu kužeľa. Polohu elektrónu môžeme charakterizovať pomocou polárneho uhla ϕ a radiálnej vzdialenosti r (ktorú môžeme merať ako vzdialenosť od virtuálneho náboja). Drift elektrónu je popísaný sústavou obyčajných diferenciálnych rovníc.

$$dr = -v \cos \psi dt$$

$$\sin \alpha r d\phi = v \sin \psi dt$$

Eliminujeme čas a vyjadríme ϕ ako funkciu od r .

$$\sin \alpha r d\phi = v \sin \psi \left(-\frac{dr}{v \cos \psi} \right)$$

$$\frac{d\phi}{dr} = -\frac{\tan \psi}{\sin \alpha} \frac{1}{r}$$

Riešenie je

$$\Delta \phi = -\frac{\tan \psi}{\sin \alpha} \ln \frac{r_0}{r} \quad (\text{A.4})$$

celkové posunutie elektrónov v smere drôtov je:

$$\Delta l = r_{readout} \sin \alpha \Delta \phi = r_{readout} \tan \psi \ln \frac{r_0}{r} \quad (\text{A.5})$$

Keď použijeme geometriu komory popísanú v predchádzajúcom paragrafe, $r_{out}/r_{in} = 1.4$, $r_{in} = r_{readout} = 340 \text{ cm}$, dostaneme $\Delta l = 7.3 \text{ cm}$ for $\alpha = 30^\circ$, $\Delta l = 4.9 \text{ cm}$ pre $\alpha = 20^\circ$ a $\Delta l = 2.5 \text{ cm}$ pre $\alpha = 10^\circ$.

V dipólovej komore je možné očakávať posunutia rádovo rovnakej veľkosti.

V TPC s fokusujúcim poľom, integrovanej do experimentu ALICE je teda potrebné vykonávať pomerne veľké offline korekcie (viac ako jeden rád väčšie než je predpokladané rozlíšenie). Treba však zobrať do úvahy, že aj v existujúcich komorách sa vykonávajú korekcie na úrovni niekoľkých centimetrov.³

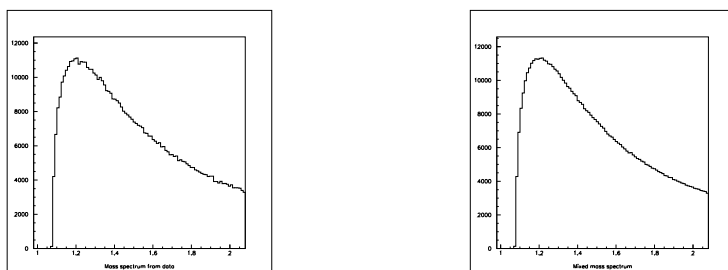
³Zvyčajne na okrajoch sektorov a v blízkosti pole formujúcich elektród. Niektoré experimenty musia vykonávať aj korekcie na nehomogenity magnetického poľa.

Dodatok B

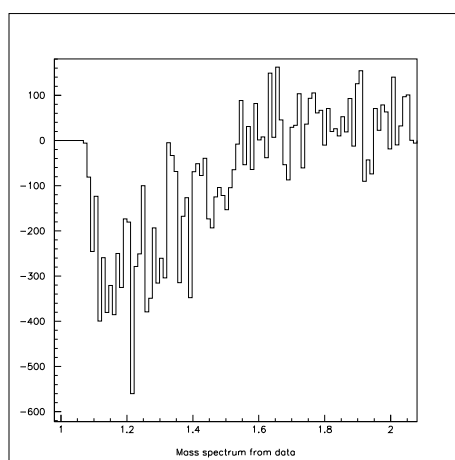
Extrakcia počtu rezonancií pomocou metódy miešania udalostí.

V tomto dodatku je podrobne popísaná metóda miešania udalostí. Vychádzam pritom z práce H.G.Fischera. V článkoch [27, 49] ukázal, že miešané spektrum nepopisuje správne pozadie, ale možno ho chápať ako pozadie, na ktorom je naložená štruktúra, spôsobená interferenčnými členmi (pármi, v ktorých jedna častica pochádza z rezonancie a druhá buď z inej rezonancie alebo z pozadia). Bolo navrhnuté, aby sa počet rezonancií extrahoval z dát pomocou Monte Carlo simulácie, ktorá by popisovala len produkciu a rozpad rezonancie. Autori v článku [27] aj upozornili na to, že navrhovaná procedúra dáva správne výsledky len vtedy, ak sa dáta najprv preselektujú, t.j. na miešanie sa použijú len udalosti, ktoré spĺňajú určité selekčné kritérium (napríklad udalosť obsahuje protón v zadanom intervale hybností). Samotný článok však nevysvetľuje, ako má byť volené selekčné kritérium (to je ponechané na cite experimentátora) ani hlbšie dôvody, pre ktoré je vôbec dáke selekčné kritérium potrebné.

Pri svojom experimentovaní s dátami som vyskúšal viacero variantov metódy miešania udalostí a viacero rôznych selekčných kritérií. Moja skúsenosť je taká, že skupina selekčných kritérií, pri ktorých metóda funguje je pomerne malá, experimentátor nemá prakticky žiadnu voľnosť. Je nutné zafixovať interval v hybnosti aspoň jednej z dcérskych častíc rezonancie. Bohužiaľ, takýmto spôsobom je možné merať len počet rezonancií, ktoré po rozpade vyšlú produkty do zvoleného intervalu hybností. Zložitosť metódy sa teda posúva ďalej, objavuje sa problém, ako meranú veličinu, ne-



Obrázok B.1: Rozdelenie invariantných hmotností pre pôvodné (vľavo) a miešané (vpravo) páry.



Obrázok B.2: Pôvodné rozdelenie mínus miešané.

priamo zviazanú s hybnostným rozdelením rezonancie prepočítať na to, čo nás zaujíma – účinný prierez rezonancie ako funkciu jej hybnosti.

Svoje postrehy, týkajúce sa metódy miešania udalostí som sa snažil vysvetliť v tomto dodatku. Pomocou jednoduchých „prstových“ modelov sa snažím vysvetliť dôvody, pre ktoré sa metóda správa tak, ako som mal možnosť sledovať pri narábaní s dátami. Najprv sa zaoberám prípadom čistého pozadia bez rezonancií. V druhej časti rozoberiem komplikovanejší prípad, keď sa v dátach nachádza jedna rezonancia.

B.1 Reprodukcia čistého pozadia.

B.1.1 Vplyv zákona zachovania energie.

Ak by bolo pozadie úplne nekorelované, mixované spektrum by bolo totožné s pôvodným. Toto však nikdy nie je pravda, pretože vždy existujú isté korelácie medzi jednotlivými časticami. Okrem dynamických korelácií, ktoré súvisia s priebehom skúmaného procesu (tie je veľmi ťažké dostať pod kontrolu) sú to aj triviálne korelácie, spôsobené zákonmi zachovania.¹

Na podrobné štúdium efektov, spôsobených zákonom zachovania energie som použil jednoduchý model, popisujúci produkciu párov $p\pi^+$, obsahujúci triviálnu verziu zákona zachovania energie.

Generované udalosti pozostávajú vždy z jedného páru $p\pi^+$. Protón a nezávisle od neho pión boli vygenerované tak, aby ich rozdelenia zodpovedali pozorovaným inkluzívnym účinným prierezom. Potom bolo otestované, či je totálna energia páru menšia ako $\sqrt{s}/2$. Ak pár narušal túto podmienku, bol z ďalšej analýzy vylúčený.

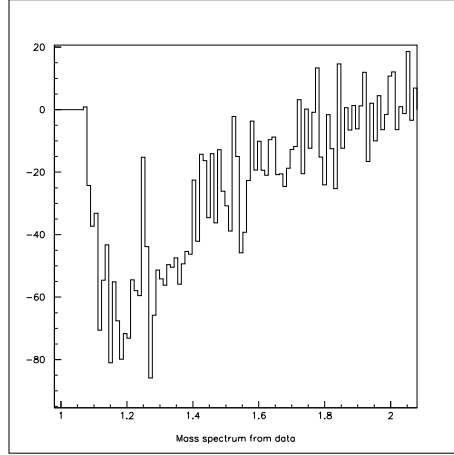
Spektrum invariantných hmotností generovaných párov je možné vidieť na obrázku (B.1) vľavo. Rozdelenie invariantných hmotností pre protóny a pióny, ktoré pochádzajú z rozdielnych udalostí je možné vidieť na obrázku (B.1) vpravo, ich rozdiel (pôvodné rozdelenie mínus miešané) na obrázku (B.2).

Je vidieť, že miešané rozdelenie sa odlišuje od pôvodného, pričom ich rozdiel je príliš veľký v porovnaní s štatistickými chybami. Miešané spektrum invariantných hmotností je väčšie v oblasti malých invariantných hmotností a menšie v oblasti veľkých hmotností.

Tento efekt je spôsobený tým, že v pôvodných udalostiach platí zákon zachovania energie, zatiaľ čo pre miešané páry môže byť drasticky narušený. Predpokladajme napríklad, že v pôvodnom páre bol vygenerovaný protón pri $x_F = 0.8$ spolu s piónom pri $x_F = 0.1$. Ľahko sa môže stať, že nasledujúci pár obsahuje pión pri $x_F = 0.3$ a pomalý protón. Miešaný pár, obsahujúci protón pri $x_F = 0.8$ a pión pri $x_F = 0.3$ narušuje zákon zachovania energie. Protóny zvyčajne nesú väčšinu pozdĺžnej hybnosti. Preto je vzdialenosť vo fázovom priestore² v pôvodných dvojiciach v priemere väčšia ako v miešaných dvojiciach. Menšie vzdialenosti vo fázovom priestore zodpovedajú menším

¹V celom tomto dodatku budem používať termín triviálne korelácie pre korelácie, spôsobené fázovým objemom a netriviálne korelácie pre korelácie spôsobené maticovým elementom.

²Pod vzdialenosťou vo fázovom priestore rozumiem rozdiel hybností častíc. Dôležitý je kvalitatívny fakt, že čím je rozdiel hybností dvoch častíc väčší, tým je väčšia ich invariantná hmotnosť.



Obrázok B.3: Zafixované $x_{F\pi} + x_{Fp}$.

invariantným hmotnostiam, čo vysvetľuje, prečo je rozdelenie invariantných hmotností pre miešané dvojice vyššie v oblasti malých hmotností.

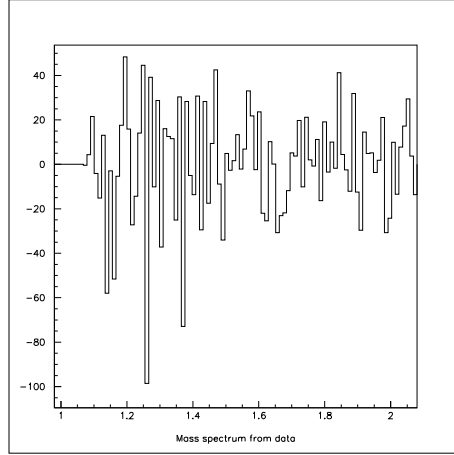
Uvedený príklad ukazuje, že nie je možné mixovať častice z ľubovoľných dvoch udalostí. Je nevyhnutné miešať medzi sebou len tie udalosti, ktoré sú si z hľadiska zákona zachovania energie podobné. V reálnej experimentálnej situácii musíme teda z udalostí, zaznamenaných na *DST* vybrať podľa istého kritéria tie, ktoré budeme medzi sebou miešať. Toto kritérium musí zabezpečiť, že pre zmiešané dvojice nebude zákon zachovania energie drasticky narušovaný.

V reálnej situácii môže zákon zachovania energie vnášať do pôvodných udalostí jemné korelačné efekty. V tom prípade musí byť selekčné kritérium volené tak, aby korelovanosť poklesla na akceptovateľnú úroveň.

B.1.2 Výber selekčného kritéria.

Nie všetky selekčné kritériá, ktoré zabezpečia zachovanie energie pre miešané páry vedú k správnej reprodukcii pozadia. Predpokladajme napríklad, že ako selekčné kritérium použijeme celkové x_F dvojice, čiže $x_{F\pi} + x_{Fp}$. V takomto prípade použijeme na miešanie len tie udalosti, ktoré obsahujú pár $p\pi^+$ so sumárnym x_F v zvolenom intervale.

Keď použijeme spomínané selekčné kritérium, miešané páry nebudú narušovať zákon zachovania energie, avšak rozdelenie invariantných hmotností nie je správne reprodukované. Je to pekne vidieť na obrázku (B.3). Na vytvorenie tohoto obrázku sme použili kritérium $x_{F\pi} + x_{Fp} = 0$, ktoré sme



Obrázok B.4: Zafixované $0.4 < x_{Fp} < 0.6$.

aplikovali na pôvodné aj na zmiešané páry. Po odčítaní rozdelenia invariantných hmotností pre miešané páry od pôvodného rozdelenia dostaneme veľké systematické odchýlky od nuly.

Spomínaný efekt má štatistický pôvod a je spôsobený nesprávnym zaobchádzaním s projekciami dvojrozmerných rozdelení pravdepodobnosti. Môžeme ho popísať pomocou jednoduchého štatistického modelu.

Predpokladajme, že protóny a pióny v pôvodných udalostiach sú rozdelené podľa rozdelení pravdepodobnosti $dN/dx_p = K$, $dN/dx_\pi = C e^{-a|x_\pi|}$, pričom tieto rozdelenia sú nezávislé. Potom dvojrozmerná hustota pravdepodobnosti protón–piónových párov je:

$$dN = CK e^{-a|x_\pi|} dx_\pi dx_p \quad (\text{B.1})$$

Predpokladajme, že najprv vyberieme všetky páry s celkovým x_F rovným nule. Potom môžeme zapísať hustotu pravdepodobnosti v tvare:

$$dN = CK e^{-a|x_\pi|} \delta(x_p + x_\pi) dx_\pi dx_p \quad (\text{B.2})$$

Teraz vyjadríme spektrum invariantných hmotností, zodpovedajúce rovnici (B.2). Pretransformujeme hustotu pravdepodobnosti do sústavy ortogonálnych súradníc

$$t = x_\pi - x_p \quad (\text{B.3})$$

$$q = x_\pi + x_p$$

s inverznou transformáciou

$$x_\pi = \frac{1}{2}(t + q)$$

$$x_p = \frac{1}{2}(q - t)$$

Keďže náš model má kvalitatívny charakter, môžeme jednoducho fyzikálne interpretovať premennú t . Táto premenná popisuje vzdialenosť medzi piónom a protónom vo fázovom priestore a teda je priamo spätá s invariantnou hmotnosťou. Rovnicu (B.2) môžeme potom prepísať do jednoduchého tvaru, keď preintegrujeme cez q .

$$dN = CK e^{-\frac{a}{2}|t|} dt \quad (\text{B.4})$$

Táto rovnica popisuje pôvodné spektrum invariantných hmotností.

Na druhej strane sa môžeme zaujímať o rozdelenie piónov v selektovaných pároch (neberúc do úvahy hybnosť protónu). Získame ho, keď preintegrujeme rovnicu (B.2) cez x_{Fp} .

$$dN = KC e^{-a|x_\pi|} dx_\pi \quad (\text{B.5})$$

Pre rozdelenie protónov máme podobný vzťah.

$$dN = KC e^{-a|x_p|} dx_p \quad (\text{B.6})$$

Už tieto vzťahy indikujú problém. Rozdelenie protónov v selektovaných pároch nie je totožné s pôvodným rozdelením. Ak teraz náhodne vyberieme pión z jedného páru a protón z iného, pravdepodobnostné rozdelenie pre také páry bude súčinom vzťahov (B.5) a (B.6).

$$dN_{mix} = K^2 C^2 e^{-a|x_p|} e^{-a|x_\pi|} dx_p dx_\pi$$

Po tom, ako si zvolíme páry s $x_{F\pi} + x_{Fp} = 0$, dostaneme:

$$dN_{mix} = K^2 C^2 e^{-a|x_p|} e^{-a|x_\pi|} \delta(x_p + x_\pi) dx_p dx_\pi \quad (\text{B.7})$$

Keďže nás zaujíma rozdelenie invariantných hmotností pre selektované páry, musíme pretransformovať rovnicu (B.7) do premennej t .

$$dN_{mix} = \int K^2 C^2 e^{-\frac{a}{2}|q+t|} e^{-\frac{a}{2}|q-t|} \delta(q) dq dt = C^2 K^2 e^{-a|t|} dt \quad (\text{B.8})$$

Keď porovnáme rozdelenie, popísané rovnicou (B.8) a rovnicou (B.4), vidíme, že spektrum invariantných hmotností klesá s t rýchlejšie pre miešané

páry, ako pre pôvodné. Výsledkom je, že keď odčítame miešané spektrum od pôvodného, dostaneme diery v oblasti malých hmotností, nasledovanú dlhým nadkmitom, štruktúru, ktorú sme mali možnosť vidieť na obrázku (B.3).

Naše problémy boli spôsobené tým, že rozdelenia pravdepodobnosti pre častice v pôvodných dvojiciach sú odlišné od rozdelení pre miešané dvojice. Jediný spôsob, ako sa tomu vyhnúť je zvoliť si ako selekčné kritérium úzky interval v x_F protónu alebo piónu (alebo oboch).

Na obrázku (B.4) je vidieť odčítané rozdelenie invariantných hmotností, pričom ako selekčné kritérium bol zvolený zafixovaný interval v hybnosti protónu $0.4 < x_{Fp} < 0.6$. Je vidieť, že miešané rozdelenie dobre popisuje pôvodné, odchýlky sú na úrovni štatistických fluktuácií.

Navrhované selekčné kritérium sme testovali realistickejším rekombinačným modelom *LEPHAD* [23]. Na analýzu sme vybrali len udalosti, ktoré neobsahovali Δ^{++} . Pre všetky oblasti fázového priestoru miešané rozdelenie invariantných hmotností dobre popisuje pôvodné rozdelenie, čo je povzbudzujúci výsledok, keďže *LEPHAD* obsahuje okrem zákona zachovania energie aj viacero iných korelácií (napríklad nábojové korelácie).

B.2 Prípád spektra, v ktorom je prítomná rezonancia.

Triviálne korelácie medzi časticami, vyprodukovanými v protón–protónovej zrážke sú natoľko silné, že už keď chceme správne reprodukovat' čisté pozadie, nemáme skoro žiadnu voľnosť pri výbere spôsobu miešania. Prakticky to jediné, čo môžeme urobiť je zafixovať interval v pozdĺžnej hybnosti aspoň jednej z dcérskych častíc a miešať medzi sebou len tie udalosti, v ktorých sa vyskytli častice, spĺňajúce selekčné kritérium.

Je nesporne výhodné, keď metóda správne reprodukuje tvar pozadia. Vtedy máme istotu, že keď sa v dátach nenachádza žiadna rezonancia, tak ani nič neuvidíme. Druhým krokom je vypracovať stratégiu, ako zistiť počet rezonancií v intervale hybností v prípade, že tam čosi vidíme. V takom prípade je situácia podstatne komplikovanejšia, pretože v spektre invariantných hmotností okrem párov, v ktorých dve častice pochádzajú z pozadia alebo z rezonancie sa môžu objaviť aj také páry, v ktorých jedna častica pochádza z pozadia a tá druhá z rezonancie. Podobné varianty môžu nastať aj pre miešané dvojice.

V prvej časti tohoto paragrafu ukážem, že pri selekčnom kritériu, ktoré umožňuje správne reprodukovat' pozadie sú obe spektrá, to jest spektrum invariantných hmotností aj miešané spektrum rovnako normalizované. Preto

po odčítaní týchto dvoch spektier od seba dostaneme komplexnú štruktúru s celkovou plochou rovnou nule.

V druhej časti ukážem, že za istých, nie celkom triviálnych podmienok je možné popísať túto štruktúru pomocou Monte Carlo simulácie, ktorá modeluje len produkciu a rozpad čistej rezonancie. Jediným voľným parametrom takejto simulácie je počet rezonancií.

B.2.1 Normalizácia spektier.

Keďže chceme dostatočne pedantne vypočítať normalizáciu pre spektrum invariantných hmotností a miešané spektrum, musíme zobrať do úvahy všetky možné kombinácie všetkých možných typov častíc, ktoré sa môžu vyskytnúť. Pre zjednodušenie predpokladajme, že v našich dátach sa môže vždy vyprodukovať maximálne jedna rezonancia. Jednotlivé udalosti sa teda delia na tie, ktoré obsahujú rezonanciu a na tie, ktoré ju neobsahujú.

Všetky vyprodukované protóny a pióny môžeme rozdeliť do troch skupín. Ak pochádzajú z udalostí, neobsahujúcich rezonanciu, situácia je jednoduchá, sú to pozadové častice. Charakteristiky takýchto častíc budem vždy značiť jednoduchými symbolmi, napríklad p alebo π .

Ak častice pochádzajú z udalostí, v ktorej bola vyprodukovaná rezonancia, máme dve možnosti. Buď sú produktmi rozpadu rezonancie, v takom prípade ich charakteristiky budem označovať malým symbolom Δ , napríklad $n_{\Delta\pi}$. Druhá možnosť je, že častice nepochádzajú z rezonancie, len ju doprevádzajú. Charakteristiky takýchto častíc budem značiť vlnovkou, napríklad $\widetilde{n}_{\pi}$.

Tvar spektra invariantných hmotností môžeme vyjadriť pomocou spektra v longitudinálnych hybnostiach. Ak je teda rozdelenie piónov v longitudinálnych hybnostiach $\rho(\pi)$ a rozdelenie protónov $\rho(p)$, rozdelenie v invariantných hmotnostiach bude

$$\rho(m) = \int dp d\pi C(m; p, \pi) \rho(p) \rho(\pi),$$

kde $C(m; p, \pi)$ je jadro lineárneho integrálneho operátora. Aby boli zápisy stručnejšie, píšem namiesto pozdĺžnej hybnosti ako argument integrácie len p a π .

Teraz môžeme pristúpiť k zapísaniu rozdelenia invariantných hmotností. Venujme sa najprv udalostiam, ktoré neobsahujú žiadnu rezonanciu. Príspevok takýchto udalostí môžeme zapísať v tvare

$$\rho(m) = \int dp d\pi C(m; p, \pi) \Pr(\Delta^-) \sum_{n_p n_\pi} \Pr(n_p n_\pi | \Delta^-) n_p n_\pi \Pr(p, \pi | n_p n_\pi \Delta^-).$$

V tomto výraze $\Pr(\Delta^-)$ značím pravdepodobnosť toho, že udalosť neobsahuje rezonanciu. Dve premenné, n_p a n_π určujú, koľko protónov a koľko piónov bolo v udalosti vytvorených. Výraz $\Pr(n_p n_\pi | \Delta^-)$ udáva pravdepodobnosť toho, že v udalosti bez Δ vzniklo n_p protónov a n_π piónov. Tento člen je násobený počtom kombinácií, pretože toľkoto údajov sa vloží do spektra invariantných hmotností. Sumuje sa cez rôzne počty protónov a piónov, ktoré sa môžu v udalosti vyskytnúť. Ďalšia podmienená pravdepodobnosť $\Pr(p, \pi | n_p n_\pi \Delta^-)$ udáva pravdepodobnosť, že v udalosti, v ktorej nebola prítomná rezonancia, vzniklo n_p protónov a n_π piónov má protón pozdĺžnu hybnosť p a pión pozdĺžnu hybnosť π .

Ak udalosť obsahuje rezonanciu, máme dohromady štyri možnosti. Buď ani jedna z častíc nepochádza z rezonancie, alebo z nej pochádza len pión, alebo len protón, alebo obe častice. Keď dáme všetko dohromady, dostaneme pre spektrum invariantných hmotností nasledujúce vyjadrenie.

$$\begin{aligned}
\rho(m) = & \int dp d\pi C(m; p, \pi) \{ \\
& \Pr(\Delta^-) \sum_{n_p n_\pi} \Pr(n_p n_\pi | \Delta^-) n_p n_\pi \Pr(p, \pi | n_p n_\pi \Delta^-) + \\
& \Pr(\Delta) \sum_{\widetilde{n}_p \widetilde{n}_\pi} \Pr(\widetilde{n}_p \widetilde{n}_\pi | \Delta) \widetilde{n}_p \widetilde{n}_\pi \Pr(\widetilde{p}, \widetilde{\pi} | \widetilde{n}_p \widetilde{n}_\pi \Delta) + \\
& \Pr(\Delta) \sum_{\widetilde{n}_p n_{\Delta\pi}} \Pr(\widetilde{n}_p n_{\Delta\pi} | \Delta) \widetilde{n}_p n_{\Delta\pi} \Pr(\widetilde{p}, \pi_\Delta | \widetilde{n}_p n_{\Delta\pi} \Delta) + \\
& \Pr(\Delta) \sum_{n_{\Delta p} \widetilde{n}_\pi} \Pr(n_{\Delta p} \widetilde{n}_\pi | \Delta) n_{\Delta p} \widetilde{n}_\pi \Pr(p_\Delta, \widetilde{\pi} | n_{\Delta p} \widetilde{n}_\pi \Delta) + \\
& \Pr(\Delta) \sum_{n_{\Delta p} n_{\Delta\pi}} \Pr(n_{\Delta p} n_{\Delta\pi} | \Delta) n_{\Delta p} n_{\Delta\pi} \Pr(p_\Delta, \pi_\Delta | n_{\Delta p} n_{\Delta\pi} \Delta) \} \\
& \tag{B.9}
\end{aligned}$$

Podobným spôsobom môžeme zapísať spektrum pre miešané dvojice. Je možných viac kombinácií, pár môže byť vybratý z dvoch udalostí neobsahujúcich rezonanciu, obe udalosti môžu obsahovať rezonanciu, ďalej môže byť protón z udalosti obsahujúcej rezonanciu spárovaný s piónom z udalosti, ktorá rezonanciu neobsahuje a naopak. Pre jednotlivé možné kombinácie udalostí ešte môžu nastať rôzne prípady podľa toho, či spárovaný protón, alebo pión pochádzajú priamo z rozpadu rezonancie alebo ju len doprevádzajú. Udalosti sú navzájom nezávislé a preto možno príslušné pravdepodobnosti zapísať ako súčin pravdepodobností, vzťahujúcich sa na jednu udalosť. Člen, zodpovedajúci tomu, že ani jedna zo spárovaných udalostí neobsahuje rezo-

nanciu vyzerá napríklad takto:

$$\rho_{mix}(m) = \int dp d\pi C(m; p, \pi) \Pr(\Delta^-) \Pr(\Delta^-) \sum_{n_p n_\pi} \Pr(n_p|\Delta^-) \Pr(n_\pi|\Delta^-) n_p n_\pi \Pr(p|n_p \Delta^-) \Pr(\pi|n_\pi \Delta^-).$$

Keď zoberieme do úvahy všetky možné kombinácie typov častíc a udalostí, dostaneme komplexný a úplne všeobecný výraz.

$$\begin{aligned} \rho_{mix}(m) &= \int dp d\pi C(m; p, \pi) \{ \\ &\Pr(\Delta^-) \Pr(\Delta^-) \sum_{n_p n_\pi} \Pr(n_p|\Delta^-) \Pr(n_\pi|\Delta^-) n_p n_\pi \Pr(p|n_p \Delta^-) \Pr(\pi|n_\pi \Delta^-) + \\ &\Pr(\Delta^-) \Pr(\Delta) \sum_{n_p \widetilde{n}_\pi} \Pr(n_p|\Delta^-) \Pr(\widetilde{n}_\pi|\Delta) n_p \widetilde{n}_\pi \Pr(p|n_p \Delta^-) \Pr(\widetilde{\pi}|\widetilde{n}_\pi \Delta) + \\ &\Pr(\Delta^-) \Pr(\Delta) \sum_{n_p n_{\Delta\pi}} \Pr(n_p|\Delta^-) \Pr(n_{\Delta\pi}|\Delta) n_p n_{\Delta\pi} \Pr(p|n_p \Delta^-) \Pr(\pi_{\Delta}|n_{\Delta\pi} \Delta) + \\ &\Pr(\Delta) \Pr(\Delta^-) \sum_{\widetilde{n}_p n_\pi} \Pr(\widetilde{n}_p|\Delta) \Pr(n_\pi|\Delta^-) \widetilde{n}_p n_\pi \Pr(\widetilde{p}|\widetilde{n}_p \Delta) \Pr(\pi|n_\pi \Delta^-) + \\ &\Pr(\Delta) \Pr(\Delta^-) \sum_{n_{\Delta p} n_\pi} \Pr(n_{\Delta p}|\Delta) \Pr(n_\pi|\Delta^-) n_{\Delta p} n_\pi \Pr(p_{\Delta}|n_{\Delta p} \Delta) \Pr(\pi|n_\pi \Delta^-) + \\ &\Pr(\Delta) \Pr(\Delta) \sum_{\widetilde{n}_p \widetilde{n}_\pi} \Pr(\widetilde{n}_p|\Delta) \Pr(\widetilde{n}_\pi|\Delta) \widetilde{n}_p \widetilde{n}_\pi \Pr(\widetilde{p}|\widetilde{n}_p \Delta) \Pr(\widetilde{\pi}|\widetilde{n}_\pi \Delta) + \\ &\Pr(\Delta) \Pr(\Delta) \sum_{n_{\Delta p} \widetilde{n}_\pi} \Pr(n_{\Delta p}|\Delta) \Pr(\widetilde{n}_\pi|\Delta) n_{\Delta p} \widetilde{n}_\pi \Pr(p_{\Delta}|n_{\Delta p} \Delta) \Pr(\widetilde{\pi}|\widetilde{n}_\pi \Delta) + \\ &\Pr(\Delta) \Pr(\Delta) \sum_{\widetilde{n}_p n_{\Delta\pi}} \Pr(\widetilde{n}_p|\Delta) \Pr(n_{\Delta\pi}|\Delta) \widetilde{n}_p n_{\Delta\pi} \Pr(\widetilde{p}|\widetilde{n}_p \Delta) \Pr(\pi_{\Delta}|n_{\Delta\pi} \Delta) + \\ &\Pr(\Delta) \Pr(\Delta) \sum_{n_{\Delta p} n_{\Delta\pi}} \Pr(n_{\Delta p}|\Delta) \Pr(n_{\Delta\pi}|\Delta) n_{\Delta p} n_{\Delta\pi} \Pr(p_{\Delta}|n_{\Delta p} \Delta) \Pr(\pi_{\Delta}|n_{\Delta\pi} \Delta) \} \end{aligned} \quad (B.10)$$

Teraz môžeme pristúpiť k výpočtu normalizácie oboch spektier. Jadro integrálneho operátora $C(m; p, \pi)$ je normalizované na jednotku, čiže

$$\int C(m; p, \pi) dm = 1.$$

Rovnako sú normalizované aj podmienené pravdepodobnosti, ktoré sa vyskytujú úplne napravo v rovniciach (B.9) a (B.10). Pravdepodobnosť toho, že sa v udalosti vyskytne rezonancia označím n_Δ . Keďže predpokladáme, že v

jednej udalosti sa môže vyskytnúť maximálne jedna Δ^{++} je to súčasne aj multiplicita rezonancií a pravdepodobnosť toho, že sa v udalosti nevyskytne rezonancia je rovná $(1 - n_\Delta)$.

Keď preintegrujeme obidve spektrá cez hmotnosť a použijeme normalizáciu jadra operátora, získame výraz, v ktorom bude od longitudinálnych hybností závisieť len podmienená pravdepodobnosť, ktorá je uvedená vždy úplne napravo v každom člene. Táto pravdepodobnosť je tiež normalizovaná na jednotku, takže ju môžeme preintegrovať a vypadne.

Podstatná vec, ktorú používame pri našom spôsobe miešania je selekcia udalostí. Na spracovanie používame len tie udalosti, v ktorých sa nachádza protón v úzkom zvolenom intervale pozdĺžnej hybnosti. V protón–protónových zrážkach je multiplicita protónov malá, takže vždy sa nám stane, že máme v udalosti v zvolenom intervale práve jeden protón (prípady, keď sú tam dva a viac sú natoľko zriedkavé, že ich môžeme zanedbať). Tento fakt nám umožní previesť sumovanie cez počty vytvorených protónov. Ak sa v udalosti nevytvorila rezonancia, je situácia jednoduchá, $n_p = 1$. Ak sa rezonancia vytvorila, máme dve možnosti. Buď $\widetilde{n}_p = 1$ a $n_{\Delta p} = 0$, alebo $\widetilde{n}_p = 0$ a $n_{\Delta p} = 1$. Pomocou tejto úvahy môžeme rovnicu (B.9) výrazne zjednodušiť.

$$\begin{aligned}
\int \rho(m) dm = & (1 - n_\Delta) \sum_{n_\pi} \text{Pr}(n_p = 1, n_\pi | \Delta^-) n_\pi + \\
& n_\Delta \sum_{\widetilde{n}_\pi} \text{Pr}(\widetilde{n}_p = 1, \widetilde{n}_\pi | \Delta) \widetilde{n}_\pi + \\
& n_\Delta \sum_{n_{\Delta\pi}} \text{Pr}(\widetilde{n}_p = 1, n_{\Delta\pi} | \Delta) n_{\Delta\pi} + \\
& n_\Delta \sum_{\widetilde{n}_\pi} \text{Pr}(n_{\Delta p} = 1, \widetilde{n}_\pi | \Delta) \widetilde{n}_\pi + \\
& n_\Delta \sum_{n_{\Delta\pi}} \text{Pr}(n_{\Delta p} = 1, n_{\Delta\pi} | \Delta) n_{\Delta\pi}
\end{aligned} \tag{B.11}$$

Túto rovnicu môžeme ďalej zjednodušiť, keď zoberieme do úvahy, že v udalostiach s rezonanciou sa rovná jednotke buď $n_{\Delta p}$ alebo $\widetilde{n}_p$. Môžeme teda spojiť po dva členy.

$$\begin{aligned}
\int \rho(m) dm = & (1 - n_\Delta) \sum_{n_\pi} \text{Pr}(n_p = 1, n_\pi | \Delta^-) n_\pi + \\
& n_\Delta \sum_{\widetilde{n}_\pi} \text{Pr}(\widetilde{n}_\pi | \Delta) \widetilde{n}_\pi +
\end{aligned}$$

$$n_{\Delta} \sum_{n_{\Delta\pi}} \Pr(n_{\Delta\pi}|\Delta) n_{\Delta\pi} + \quad (\text{B.12})$$

Veľmi podobným spôsobom môžeme rozpísať aj výraz pre normalizáciu miešaného spektra.

$$\begin{aligned} \int \rho_{mix}(m) dm = & (1 - n_{\Delta})(1 - n_{\Delta}) \sum_{n_{\pi}} \Pr(n_p = 1, n_{\pi}|\Delta^{\neg}) n_{\pi} + \\ & (1 - n_{\Delta}) n_{\Delta} \sum_{\widetilde{n_{\pi}}} \Pr(\widetilde{n_{\pi}}|\Delta) \widetilde{n_{\pi}} + \\ & (1 - n_{\Delta}) n_{\Delta} \sum_{n_{\Delta\pi}} \Pr(n_{\Delta\pi}|\Delta) n_{\Delta\pi} + \\ & n_{\Delta}(1 - n_{\Delta}) \sum_{n_{\pi}} \Pr(\widetilde{n_p} = 1|\Delta) \Pr(n_{\pi}|\Delta^{\neg}) n_{\pi} + \\ & n_{\Delta}(1 - n_{\Delta}) \sum_{n_{\pi}} \Pr(n_{\Delta p} = 1|\Delta) \Pr(n_{\pi}|\Delta^{\neg}) n_{\pi} + \\ & n_{\Delta} n_{\Delta} \sum_{\widetilde{n_{\pi}}} \Pr(\widetilde{n_p} = 1|\Delta) \Pr(\widetilde{n_{\pi}}|\Delta) \widetilde{n_{\pi}} + \\ & n_{\Delta} n_{\Delta} \sum_{\widetilde{n_{\pi}}} \Pr(n_{\Delta p} = 1|\Delta) \Pr(\widetilde{n_{\pi}}|\Delta) \widetilde{n_{\pi}} + \\ & n_{\Delta} n_{\Delta} \sum_{n_{\Delta\pi}} \Pr(\widetilde{n_p} = 1|\Delta) \Pr(n_{\Delta\pi}|\Delta) n_{\Delta\pi} + \\ & n_{\Delta} n_{\Delta} \sum_{n_{\Delta\pi}} \Pr(n_{\Delta p} = 1|\Delta) \Pr(n_{\Delta\pi}|\Delta) n_{\Delta\pi} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Aj túto rovnicu môžeme zjednodušiť, ak zoberieme do úvahy, že v udalostiach s rezonanciou sa rovná jednotke buď $n_{\Delta p}$ alebo $\widetilde{n_p}$. Môžeme teda pospájať niektoré členy.

$$\begin{aligned} \int \rho_{mix}(m) dm = & (1 - n_{\Delta})(1 - n_{\Delta}) \sum_{n_{\pi}} \Pr(n_p = 1, n_{\pi}|\Delta^{\neg}) n_{\pi} + \\ & (1 - n_{\Delta}) n_{\Delta} \sum_{\widetilde{n_{\pi}}} \Pr(\widetilde{n_{\pi}}|\Delta) \widetilde{n_{\pi}} + \\ & (1 - n_{\Delta}) n_{\Delta} \sum_{n_{\Delta\pi}} \Pr(n_{\Delta\pi}|\Delta) n_{\Delta\pi} + \\ & n_{\Delta}(1 - n_{\Delta}) \sum_{n_{\pi}} \Pr(n_{\pi}|\Delta^{\neg}) n_{\pi} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{\Delta} n_{\Delta} &= \sum_{n_{\Delta\pi}} \Pr(n_{\Delta\pi} | \Delta) n_{\Delta\pi} + \\
n_{\Delta} n_{\Delta} &= \sum_{n_{\Delta\pi}} \Pr(n_{\Delta\pi} | \Delta) n_{\Delta\pi}
\end{aligned}
\tag{B.14}$$

Keď od seba odčítame rovnicu (B.12) a rovnicu (B.14), dostaneme nulu. Znamená to, že pôvodné rozdelenie invariantných hmotností a rozdelenie invariantných hmotností, získané miešaním udalostí sú pro správnej selekcii rovnako normalizované (až na štatistické fluktuácie). Preto ak odčítame od pôvodného spektra miešané, dostaneme komplexné rozdelenie s celkovou plochou rovnou nule. Ďalej sa budem zaoberať tvarom tohoto rozdelenia.

B.2.2 Tvar odčítaného rozdelenia a určenie počtu vyprodukovaných rezonancií.

Keď sa pozrieme na komplexné výrazy, ktoré platia pre pôvodné a miešané spektrum, rýchlo si uvedomíme, že ak chceme čokoľvek povedať o tvare spektrier, musíme použiť zjednodušujúce predpoklady. Predpoklady, ktoré použijem sa týkajú rozdelení jednotlivých častíc v pozdĺžnej hybnosti.

1. Spektrá v pozdĺžnej hybnosti nezávisia od počtu vyprodukovaných častíc.
2. Rozdelenia pre protóny a pióny sú nezávislé pre všetky kombinácie častíc, okrem párov častíc, pochádzajúcich z rozpadu tej istej rezonancie.
3. Keďže zvolený interval je úzky, platí, že všetky jednočasticové rozdelenia protónov (okrem rozdelenia pre páry častíc, pochádzajúcich z rozpadu tej istej rezonancie) sú rovnaké, čiže prakticky konštantné.

Môžeme teda písať

$$\begin{aligned}
\Pr(p\pi | n_p n_{\pi} \Delta^{\neg}) &= \rho(p) \rho(\pi) \\
\Pr(\widetilde{p}\widetilde{\pi} | \widetilde{n}_p \widetilde{n}_{\pi} \Delta^{\neg}) &= \widetilde{\rho}(\widetilde{p}) \widetilde{\rho}(\widetilde{\pi})
\end{aligned}$$

a podobné výrazy pre všetky kombinácie častíc s výnimkou

$$\Pr(p_{\Delta} \pi_{\Delta} | n_{\Delta p} n_{\Delta \pi} \Delta^{\neg}) = \rho_{\Delta}(p\pi).$$

Podľa tretieho predpokladu zase platí

$$\rho(p) = \widetilde{\rho}(\widetilde{p}) = \rho_{\Delta}(p) = \rho_p.$$

Prvé dva predpoklady asi nie sú v realite splnené. Rozdelenie pozdĺžnych hybností v udalostiach, obsahujúcich veľa častíc nebude úplne rovnaké ako rozdelenie v udalostiach, kde bolo vytvorených častíc málo. Podobne je možné čakať isté korelácie aj medzi pozadťovými časticami. Problémom je, že nevieme, ako takéto korelácie vyzerajú, merania neexistujú a modely sa môžu výrazne líšiť od reality. Je možné, že keď zvolíme dostatočne úzky hybnostný interval pre hybnosť protónu, tieto korelácie nebudú hrať veľkú úlohu.

Platnosť predpokladu číslo tri je dosť dobre garantovaná spôsobom selekcie, ktorý prevádzame. Rozdelenia $\rho(p)$, $\rho(\widetilde{p})$ a $\rho_\Delta(p)$ sú normalizované na jednotku a ak zvolíme dostatočne úzky interval, sú prakticky konštantné a rovnaké.

Za použitia týchto predpokladov dostaneme zo vzťahu (B.9) jednoduchší výraz

$$\begin{aligned}
\rho(m) = & \int dp d\pi C(m; p, \pi) \{ \\
& (1 - n_\Delta) \sum_{n_p n_\pi} \Pr(n_p n_\pi | \Delta^-) n_p n_\pi \rho_p \rho(\pi) + \\
& n_\Delta \sum_{\widetilde{n}_p \widetilde{n}_\pi} \Pr(\widetilde{n}_p \widetilde{n}_\pi | \Delta) \widetilde{n}_p \widetilde{n}_\pi \rho_p \widetilde{\rho}(\pi) + \\
& n_\Delta \sum_{\widetilde{n}_p n_{\Delta\pi}} \Pr(\widetilde{n}_p n_{\Delta\pi} | \Delta) \widetilde{n}_p n_{\Delta\pi} \rho_p \rho_\Delta(\pi) + \\
& n_\Delta \sum_{n_{\Delta p} \widetilde{n}_\pi} \Pr(n_{\Delta p} \widetilde{n}_\pi | \Delta) n_{\Delta p} \widetilde{n}_\pi \rho_p \widetilde{\rho}_\pi + \\
& n_\Delta \sum_{n_{\Delta p} n_{\Delta\pi}} \Pr(n_{\Delta p} n_{\Delta\pi} | \Delta) n_{\Delta p} n_{\Delta\pi} \rho_\Delta(p, \pi) \}
\end{aligned} \tag{B.15}$$

a podobný vzťah z rovnice (B.10).

$$\begin{aligned}
\rho_{mix}(m) &= \int dp d\pi C(m; p, \pi) \{ \\
(1 - n_\Delta)(1 - n_\Delta) & \sum_{n_p n_\pi} \Pr(n_p | \Delta^-) \Pr(n_\pi | \Delta^-) n_p n_\pi \rho_p \rho(\pi) + \\
n_\Delta(1 - n_\Delta) & \sum_{n_p \widetilde{n}_\pi} \Pr(n_p | \Delta^-) \Pr(\widetilde{n}_\pi | \Delta) n_p \widetilde{n}_\pi \rho_p \widetilde{\rho}(\pi) + \\
n_\Delta(1 - n_\Delta) & \sum_{n_p n_{\Delta\pi}} \Pr(n_p | \Delta^-) \Pr(n_{\Delta\pi} | \Delta) n_p n_{\Delta\pi} \rho_p \rho_\Delta(\pi) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(1 - n_\Delta)n_\Delta & \sum_{\widetilde{n}_p n_\pi} \Pr(\widetilde{n}_p|\Delta) \Pr(n_\pi|\Delta^\perp) \widetilde{n}_p n_\pi \rho_p \rho(\pi) + \\
(1 - n_\Delta)n_\Delta & \sum_{n_{\Delta p} n_\pi} \Pr(n_{\Delta p}|\Delta) \Pr(n_\pi|\Delta^\perp) n_{\Delta p} n_\pi \rho_p \rho(\pi) + \\
n_\Delta n_\Delta & \sum_{\widetilde{n}_p \widetilde{n}_\pi} \Pr(\widetilde{n}_p|\Delta) \Pr(\widetilde{n}_\pi|\Delta) \widetilde{n}_p \widetilde{n}_\pi \rho_p \widetilde{\rho}(\pi) + \\
n_\Delta n_\Delta & \sum_{n_{\Delta p} \widetilde{n}_\pi} \Pr(n_{\Delta p}|\Delta) \Pr(\widetilde{n}_\pi|\Delta) n_{\Delta p} \widetilde{n}_\pi \rho_p \widetilde{\rho}(\pi) + \\
n_\Delta n_\Delta & \sum_{\widetilde{n}_p n_{\Delta\pi}} \Pr(\widetilde{n}_p|\Delta) \Pr(n_{\Delta\pi}|\Delta) \widetilde{n}_p n_{\Delta\pi} \rho_p \rho_\Delta(\pi) + \\
n_\Delta n_\Delta & \sum_{n_{\Delta p} n_{\Delta\pi}} \Pr(n_{\Delta p}|\Delta) \Pr(n_{\Delta\pi}|\Delta) n_{\Delta p} n_{\Delta\pi} \rho_p \rho_\Delta(\pi) \}
\end{aligned} \tag{B.16}$$

Tieto rovnice môžeme ďalej zjednodušiť a previesť sumáciu cez počty protónov, použijúc selekčné kritérium. Výpočet vyzerá podobne ako v predchádzajúcom paragrafe. Z predchádzajúceho paragrafu aj vieme, že obe spektrá sú rovnako normalizované a preto keď ich od seba odčítame, dostaneme štruktúru s celkovou plochou rovnou nule. Tvar odčítaného spektra bude:

$$\begin{aligned}
\rho(m) - \rho_{mix}(m) = \int dp d\pi & C(m; p, \pi) n_\Delta \{ \\
& \rho_\Delta(p, \pi) \sum_{n_{\Delta\pi}} \Pr(n_{\Delta p} = 1 | n_{\Delta\pi}|\Delta) n_{\Delta\pi} - \\
& \rho_p \rho_\Delta(\pi) \sum_{n_{\Delta\pi}} \Pr(n_{\Delta p} = 1 | n_{\Delta\pi}|\Delta) n_{\Delta\pi} \}.
\end{aligned} \tag{B.17}$$

V našom modeli sme predpokladali, že v každej udalosti sa môže nachádzať maximálne jedna rezonancia. Môžeme preto previesť aj sumovanie cez $n_{\Delta\pi}$. Tak sa dostaneme k výslednému vzťahu.

$$\begin{aligned}
\rho(m) - \rho_{mix}(m) = \int dp d\pi & C(m; p, \pi) \\
& \{ n_\Delta \Pr(n_{\Delta p} = 1 | n_{\Delta\pi} = 1|\Delta) [\rho_\Delta(p, \pi) - \rho_p \rho_\Delta(\pi)] \}
\end{aligned} \tag{B.18}$$

Spektrum, napísané v hranatých zátvorkách sa skladá z dvoch členov. Prvý z nich popisuje spektrum produktov rozpadu rezonancie (čiže po preintegrovaní s jadrom funkcionálu dáva štandardnu Breit–Wignerovu formulu).

Druhý člen popisuje spektrum, v ktorom sú zmiešané protón a pión z rôznych rezonancií.

Takéto spektrum si môžeme pripraviť pomocou Monte Carlo simulácie, generujúcej udalosti, skladajúce sa len z produktov rozpadu jednej rezonancie. Keď od seba odčítame vygenerované Breit–Wignerove rozdelenie a rozdelenie vzniknuté miešaním častíc, vzniknutých rozpadom rôznych rezonancií, dostaneme

$$\rho_{MC}(m) - \rho_{MC\ mix}(m) = \int dp\ d\pi C(m; p, \pi) [\rho_{\Delta}(p, \pi) - \rho_p \rho_{\Delta}(\pi)] \quad (\text{B.19})$$

Toto spektrum sa líši od spektra, získaného z dát len o multiplikatívnu konštantu $n_{\Delta} \Pr(n_{\Delta p} = 1\ n_{\Delta \pi} = 1 | \Delta)$, ktorá priamo udáva počet rezonancií, z ktorých obe častice splnili selekčné kritérium, čiže počet rezonancií vo vyselektovaných dátach.

Literatúra

- [1] A. Breakstone and et al. Inclusive Δ^{++} in pp interactions at ISR energies. *Z.Phys.C-Particles and Fields*, 21:321, 1984.
- [2] S. Afanasiev and et al. The Na49 Large Acceptance Hadron Detector. Technical Report CERN-EP/99-001, CERN, January 1999.
- [3] M. Aguilar-Benitez and et.al. Inclusive particle production in 400 GeV/c pp interactions. *Z.Phys.C - Particles and Fields*, 50:405, 1991.
- [4] H. L. Anderson and et.al. Total Cross Sections of Positive Pions in Hydrogen. *Phys.Rev.*, 85:936, 1952.
- [5] V.V. Anisovich, M.N. Kobrinsky, A.K. Likhoded, and V.M. Shekter. An Experimental Check of the Quark model Relations for Inclusive Reactions. *Nuclear Physics*, D55:474, 1973.
- [6] V.V. Anisovich and V.M. Shekter. Quark Model for Multiparticle and Inclusive Reactions. *Nuclear Physics*, D55:455, 1973.
- [7] Harald Appelshauser. Optimization of VTPC1 Pad Layout. Na49 internal note, CERN, February 1995.
- [8] J. Ashkin and et.al. Pion Proton Scattering at 150 and 170 MeV. *Phys.Rev.*, 101:1149, 1956.
- [9] Joachim Baechler. Private communication.
- [10] S. J. Barish and et.al. Study of the reaction $p + p \rightarrow \Delta^{++} + X^0$ at 205 GeV/c. *Phys.Rev. D*, 12:1260, 1975.
- [11] W. Bartl, M. Krammer, G. Neuhofer, M. Regler, and A. Taurok, editors. *Wire Chamber Conference*, February 1995. Published in NIM A367(1995).

- [12] H. Bethe and J. Ashkin. Vzaimodejstvie izlučenia s veščestvom. In Emilio Segré, editor, *Experimentálnaja jadernaja fyzika*. Izdatel'stvo inostrannoj literatury, 1955.
- [13] Steve Biagi. A Multiterm Boltzmann Analysis of Drift Velocity, Diffusion, Gain in magnetic fields in Argon–Methane–Water Vapour mixtures. *NIM*, A283:716, 1989.
- [14] F. Bieser and et al. Design and Performance of TPC readout electronics for the Na49 experiment. Technical Report LBNL-39171,UC-413, LBNL, 1995.
- [15] F. Bieser and et al. Design and performance of TPC Readout Electronics for the Na49 experiment. *NIM*, A385:535, 1997.
- [16] W. Blum and L. Rolandi. *Particle Detection with Drift Chambers*. Springer-Verlag, 1993.
- [17] Juraj Bracinik and J.Ftacnik. Status of Inclusive Cross Sections for pp . In A. Sandoval, editor, *proc. Na49 Collaboration meeting*. CERN, 1998.
- [18] A. Breakstone and et.al. Inclusive Δ^{++} in pp interactions at ISR energies. *Z.Phys.C - Particles and Fields*, 21:321, 1984.
- [19] D. Brick and et.al. Comparison of Inclusive Production of $\Delta^{++}(1236)$ at 15 and 303 GeV/c. *Phys.Rev.Lett.*, 31:488, 1973.
- [20] Robert Brockmann and et al. Development of a Time Projection Chamber with high two track resolution capability for experiments at Heavy Ion Colliders. R&D Proposal CERN/DRDC 92-32,DRDC/P-43, CERN, May 1992.
- [21] Robert Brockmann and et al. RD 32 status report. Technical Report CERN/DRDC 94-10, CERN, March 1994.
- [22] Robert Brockmann and et al. RD 32 final report. LDRB Status Report/RD32 CERN LHCC 96-16, CERN, February 1996.
- [23] V.Černý, P.Lichard, and J.Pišút. Recombination model for multiparticle production. *Phys.Rev*, D16:2822, 1977.
- [24] ALICE Collaboration. *ALICE, Technical Proposal for A Large Ion Collider Experiment at the CERN LHC*, cern/lhcc/95-71 edition, December 1995.

- [25] F.T. Dao and et.al. pp interactions at 303 GeV/c; Inclusive measurement of Δ^{++} Resonance Production. *Phys.Rev.Lett.*, 30:34, 1973.
- [26] D.Drijard and et al. Production of Vector and Tensor Mesons in Proton-Proton Collisions at $\sqrt{s} = 52.5\text{GeV}$. *Z.Phys.C.-Particles and Fields*, 9:293, 1981.
- [27] D.Drijard, H.G.Fischer, and T.Nakada. Study of Event Mixing and its application to the extraction of Resonance Signals. *NIM*, 225:367, 1984.
- [28] D.M.Khazins and et al. A high-pressure gas-ionization tube calorimeter for forward detectors. *NIM*, A 333:372–380, 1993.
- [29] D.M.Khazins and et al. Beam test of a hadron calorimeter made of high-pressure gas ionization tubes. *NIM*, A 351:336–344, 1994.
- [30] Vladimír Černý. Comments on Breit–Wigner shape. In A. Sandoval, editor, *proc. Na49 Collaboration meeting*. CERN, 2000.
- [31] Chris W Fabjan. Detectors for Elementary Particle Physics. *CERN-PPE/94-61*, March 1994.
- [32] Richard Fernow. *Introduction to experimental particle physics*. Cambridge University Press, 1986.
- [33] V.G. Grišin. Mnogočastičnyje reakcii pri vysokich energiach. *Fizika elementarnykh častic i atomnogo jadra*, 10:609, 1979.
- [34] V.G. Grišin. *Kvarki i adrony vo vzaimodejstviih častic vysokich energií*. Energoatomizdat, 1988.
- [35] J. D. Jackson. Remarks on the Phenomenological Analysis of Resonances. *Il Nuovo Cimento*, XXXIV(6), December 1964.
- [36] J.Bracinik. Calculation of Trigger Cross Section and Inclusive Cross Sections for pp collisions. Technical Report Na49, CERN, January 1999.
- [37] J.Ftáčnik. Detailed acceptance tables for Na49. In A. Sandoval, editor, *proc. Na49 Collaboration meeting*. CERN, 1998.
- [38] K. Kleinknecht. Particle detectors. In T. Ferbel, editor, *Techniques and Concepts of High-Energy Physics*, New York, 1981. Plenum Press.
- [39] Marek Kowalski. ALICE TPC slow simulator. ALICE Internal Note/TPC/SIM ALICE/96-36, CERN, October 1996.

- [40] Marek Kowalski. dE/dx Resolution and Particle Separation in ALICE TPC. ALICE Internal Note/TPC/SIM ALICE/96-37, CERN, November 1996.
- [41] Marek Kowalski, Joachim Baechler, and Hans Gerhard Fischer. Computation of ionization load in the traditional TPC and the RCC readout. ALICE Internal Note/TPC ALICE/97-31, CERN, October 1997.
- [42] M. Krammer, G. Neuhofer, M. Regler, and A. Taurok, editors. *Wire Chamber Conference*, February 1998. Published in NIM A419(1998).
- [43] Brian Lasiuk. On the Specific Energy Loss in the VTPCs. Na49 internal note, CERN, March 1997.
- [44] L.Betev, J.Bracinik, F.Eckhardt, H.G.Fischer, and F.Sikler. Comparison of pion, kaon and proton yields from dE/dx only and dE/dx ,TOF analysis. Technical Report Na49, CERN, April 1999.
- [45] L.D.Landau and E.M.Lifšic. *Teoria pola*. Nauka, 1973.
- [46] Wiliam Leo. *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*. Springer-Verlag.
- [47] L.Montanet and et al. Rewiew of particle properties. *Phys.Rev D*, 50, August 1994.
- [48] M.G.Albrow and et al. Inelastic Diffractive Scattering at the CERN ISR. *Nuclear Physics*, B108:1, 1976.
- [49] Tatsuya Nakada. A New Method to determine the Cross Section for Resonance Production and a Study of Baryon Production in pp Interactions at the *ISR*. Technical Report CERN-EP/83-10, CERN, December 1983.
- [50] Donald H. Perkins. *Introduction to High Energy Physics*. Adison-Wesley Publishing Company, 1982.
- [51] Hans Raether. *Elektronnyje laviny i proboj v gazach*. Mir, 1968.
- [52] J. P. Rajzer. *Fyzika gazovogo razrjada*. Nauka, 1987.
- [53] H. Rudolph. Analysis of TPC Electronics pedestal data from the Na49 run in 1994. Na49 internal note, CERN, 1995.

- [54] Andrzej Rybicki. The Pad Response Function of the ALICE TPC. ALICE Internal Note INT-95-29, CERN, 1995.
- [55] Andrzej Rybicki. Study of particle yields using dE/dx fits. Technical Report Na49, CERN, July 1999.
- [56] S.Afanasiev and et al. The Na49 large acceptance hadron detector. *NIM*, A430:210, 1999.
- [57] Fabio Sauli. Principles of operation of multiwire proportional and drift chambers. *CERN Yellow Report*, 1977.
- [58] A. Sharma and F. Sauli. A measurement of the First Townsend Coefficient in Argon based mixtures at High Fields. *NIM*, A323:280, 1992.
- [59] Y. M. Shirokov and N. P. Yudin. *Nuclear Physics*, volume 2. Mir Publishers, 1980.
- [60] B. Sitar, G. I. Merson, V. A. Chechin, and Yu. A. Budagov. *Ionization Measurements in High Energy Physics*. Springer-Verlag, 1993.
- [61] Tanja Susa. Private communication.
- [62] Gabor Veres. Private communication.
- [63] V.S.Murzin and L.I.Saryčeva. *Množestvennye procesy pri vysokich energiach*. Atomizdat, 1974.
- [64] V.S.Murzin and L.I.Saryčeva. *Fizika adronnych processov*. Energoatomizdat, 1986.