

Fakulta matematiky fyziky a informatiky
Univerzity Komenského v Bratislave
Katedra jadrovej fyziky



Zuzana Rúriková

Diplomová práca

Štúdium mnohočasticovej produkcie v hadrónových zrážkach.

školiťel: Mgr. Juraj Bracíník, PhD.

Bratislava, 2002

Vyhlasujem, že predkladanú diplomovú prácu som vypracovala samostatne
s použitím uvedenej literatúry.

Touto cestou by som chcela poďakovať svojmu školiťovi Jurajovi Bracíníkovi za odborné rady a ochotnú pomoc pri vypracovávaní tejto práce. Ďalej by som chcela poďakovať Vladimírovi Černému a Michalovi Krepsovi za cenné rady a pripomienky.

Obsah

1	Úvod	3
2	Experiment Na49	5
2.1	Úvod	5
2.2	Akceptancia, trigger a určovanie centrality	7
2.3	TPC-plyn a monitorovanie	10
2.4	Proporcionálne komory	11
2.5	Elektronika	12
2.6	Rekonštrukcia stôp	13
3	Štúdium produkcie rezonančných stavov.	15
3.1	Úvod	15
3.2	Metóda miešania udalostí	17
4	Identifikácia častíc	18
4.1	Metóda identifikácie pomocou ionizačných strát	18
4.2	Overenie správnosti identifikácie	20
5	Určenie počtu vyprodukovaných rezonancií	22
5.1	Nový model na extrakciu mezónových rezonancií.	22
5.2	Modifikácia modelu s uplatnením selekčných kritérií	24
5.3	Monte Carlo simulácia, popisujúca tvorbu a rozpad rezonancie.	27
5.4	Akceptančná korekcia	29
6	Účinný prierez	30
6.1	Exkluzívne a inkluzívne procesy	30
6.2	Účinný prierez	31
6.3	Vyjadrenie inkluzívneho účinného prierezu pomocou účinného prierezu triggera	31

7	Určenie diferenciálneho účinného prierezu ρ rezonancie	34
7.1	Rozdelenie v hybnostiach	34
7.2	Porovnanie s výsledkami iných experimentov	39
7.3	Vplyv ďalších rezonancií	41
7.4	Zahrnutie rezonancie $f_2(1270)$	42
8	Záver	44
A	Štatistický model	45
B	Štatistický model so selekčnými kritériami	50
C	Štatistický model zahŕňajúci viac rezonancií	53

Kapitola 1

Úvod

Za posledné desaťročia prešla fyzika vysokých energií prudkým rozvojom, ktorý viedol k sformulovaniu Štandardného modelu. Model na mikroskopickú bázu popisuje všetky známe fyzikálne javy, s výnimkou gravitácie. Zahŕňa v sebe teóriu elektro-slabých interakcií a teóriu silných interakcií, inak nazývanú kvantová chromodynamika (QCD). Obe tieto teórie sú schopné robiť predpovede hlavne na základe poruchového počtu. V prípade QCD však vzhľadom na charakter väzbovej konštanty dokážeme spočítať iba procesy s vysokými prenesenými hybnosťami. Pri procesoch s malou prenesenou hybnosťou nemožno aplikovať poruchový počet, čím teória stráca svoju prediktívnu schopnosť.

V súčasnosti teda neexistuje žiadna spoľahlivá teória popisujúca oblasť mäkkých hadrónových zrážok. K dispozícii je tu viacero fenomenologických modelov, ktoré si navzájom protirečia, lebo vychádzajú z rôznych fyzikálnych predstáv. Situácia je preto chaotická a jedine dôkladné experimentálne štúdium hadrónových zrážok môže viesť k jej objasneniu.

Medzi experimenty, ktoré sa venujú tomuto štúdiu, patrí aj experiment Na49, prebiehajúci v Európskom centre jadrového výskumu (CERN). Hlavnú časť experimentu tvoria štyri veľkoobjemové časovo-projekčné komory (TPC), ktoré poskytujú dobrú akceptanciu (pokrývajú veľkú časť fázového priestoru), umožňujú rekonštrukciu stôp a kvalitnú identifikáciu nabitých častíc.

Jednou z možností, ktorá by mohla pomôcť objasniť spomínanú situáciu, je meranie účinných prierezov ťažších vzбудených stavov - rezonancií. Práve tie predstavujú bod, v ktorom sa tieto teórie líšia. Merania účinných prierezov vyšších rezonancií však prakticky neexistujú, a to z dvoch dôvodov:

1. Nie je dobrá štatistika v dôsledku malého počtu eventov.

2. Doposiaľ neboli vyvinuté spoľahlivé metódy separácie pozadia.

K prvému bodu musíme poznamenať, že práve experiment Na49 má doteraz najväčšiu dostupnú štatistiku (viac než 2 500 000 eventov). Čo sa týka druhého bodu, na separáciu signálu od pozadia bolo navrhnutých viacero metód, medzi inými aj sľubne vyzerajúca metóda miešania udalostí, ktorá sa s najväčšou pravdepodobnosťou bude dať použiť aj na vyhľadávanie vyšších rezonancií.

Táto diplomová práca je zameraná hlavne na vypracovanie metodiky miešania udalostí, pomocou ktorej by sa dalo pozerieť na rezonancie. Prv než však metóda bude použitá na meranie vyšších rezonancií, je nutné preveriť, či dáva dobré výsledky u nižších rezonancií. Na otestovanie metódy sme si vybrali mezónovú rezonanciu ρ .

Naším prvotným cieľom bolo pomocou jednoduchého štatistického modelu objasniť metódu miešania, ktorá bola dávnejšie úspešne použitá kolaboráciou SFM pri meraniach mezónových rezonancií, a vypočítať účinný prierez ρ -mezónu v protón-protónových reakciách. K tomu sme použili dáta z experimentu Na49, ktorý je podrobne popísaný v nasledujúcej kapitole.

Kapitola 2

Experiment Na49

2.1 Úvod

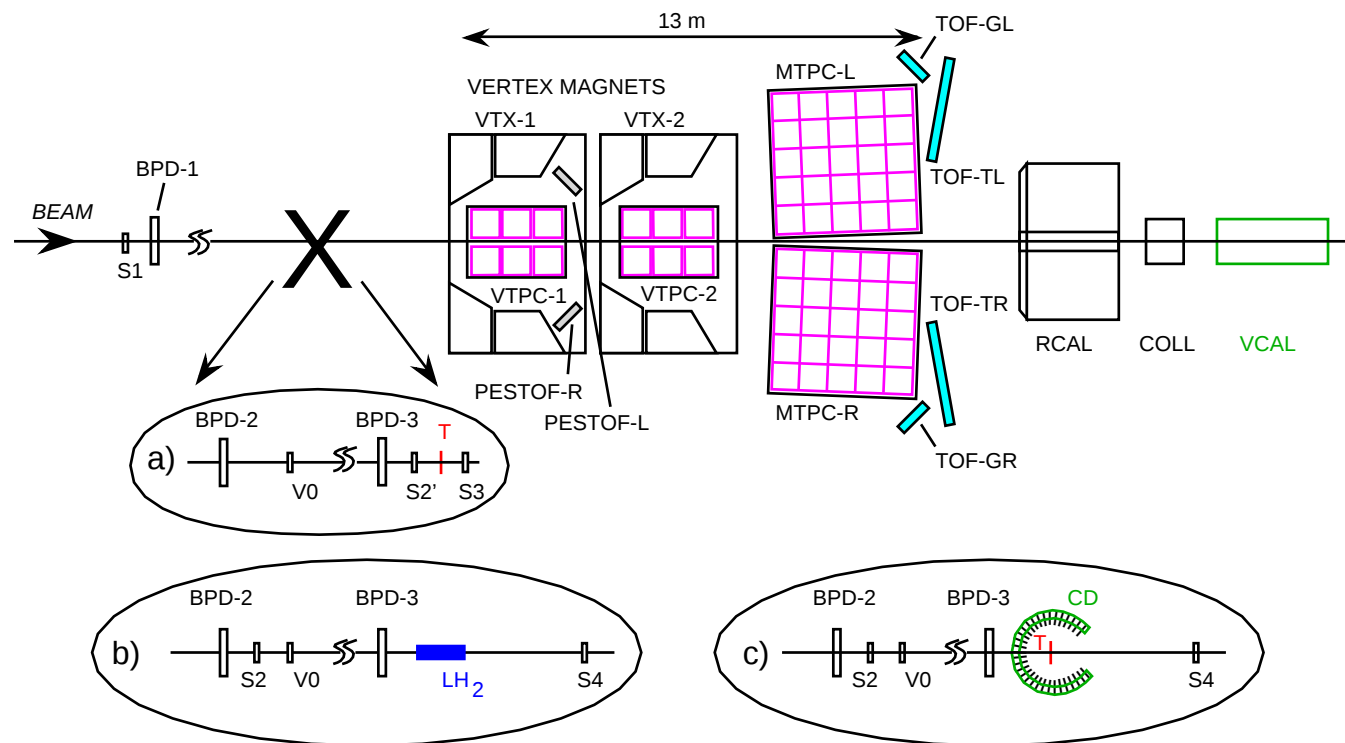
Experiment Na49 [1] je postavený na urýchľovači SPS v Európskom centre jadrových výskumov CERN pri Ženeve. Je to experiment s pevným terčom, ktorý umožňuje študovať široké spektrum interakcií, od najjednoduchších hadrón-nukleónových zrážok (πp , pp , ...), cez zrážky hadrón-jadro až po zrážky ťažkých iónov ($PbPb$).

Experiment Na49 bol koncipovaný tak, aby sa dokázal vysporiadať s týmito vysoko komplexnými počiatočnými podmienkami. Je zameraný na štúdium vyprodukovaných hadrónov, ktorých početnosti sa pohybujú v rozmedzí od 10 pri nukleón-nukleónových interakciách, až po 10^3 hadrónov pripadajúcich na jednu udalosť pri centrálnych $PbPb$ zrážkach. Vo všeobecnosti sa očakáva, že v oblasti extrémne vysokých hustôt energie, aké sa dosahujú pri centrálnych zrážkach $PbPb$, môže nastať prechod k novému stavu hadrónovej hmoty - kvark-gluónovej plazme (QGP), kde sa kvarky a gluóny nachádzajú ako voľné častice a nie sú už viac viazané v hadrónoch.

Experimentálne štúdium takýchto interakcií predstavuje veľkú výzvu, pretože v súčasnosti neexistuje žiadny spoľahlivý teoretický model, ktorý by popisoval oblasť mäkkých hadrónových procesov. Kvantová chromodynamika v tejto oblasti nie je schopná robiť žiadne predpovede, lebo na mäkké procesy sa nedá aplikovať poruchový počet. Preto je veľmi dôležité získať čo najpresnejšie informácie o vnútornej štruktúre týchto interakcií. To plne umožňuje systém detektorov (viď obrázok 2.1), ku ktorého výrazným prednostiam patria veľká akceptancia, možnosť kontroly centrality zrážok a schopnosť identifikovať častice vo väčšine fázového priestoru.

Experiment Na49 je magnetický spektrometer, ktorý na meranie hyb-

NA49 experiment



Large acceptance hadron detector

Obrázok 2.1: Experiment Na49. Dole sú zobrazené rôzne zapojenia terčika s detektormi pre (a) Pb+Pb, (b) p+p, (c) p+A zrážky.

ností nabitých častíc využíva zakrivenie ich dráh v magnetickom poli. Jeho základnou časťou sú štyri veľkoobjemové časovo projekčné komory (TPC). Dve menšie vertexové komory VTPC1 a VTPC2 sa nachádzajú v magnetickom poli dvoch supravodivých dipólových magnetov s intenzitou $B = 1.5T$. Dve väčšie hlavné komory MTPC-L a MTPC-R sa nachádzajú mimo magnetického poľa. Tieto komory slúžia jednak na meranie hybnosti nabitých častíc na základe zakrivenia ich stôp, ale aj na ich identifikáciu pomocou merania merných ionizačných strát.

Prednedávnom bol experiment doplnený ešte o piatu menšiu komoru GTPC, ktorá na obrázku nie je zaznačená. Je umiestnená v magnetickom poli medzi vertexovými komorami v štrbine, ktorou prechádza zväzok. Je určená pre častice s veľkou doprednou hybnosťou, ktoré neprechádzajú vertexovými komorami. Komora by mala pomôcť zlepšiť presnosť merania ich hybností.

V oblasti minimálnej ionizácie ($\beta\gamma \approx 3$) je identifikácia posilnená niekoľkými detektormi, merajúcimi čas preletu (TOF). Tieto detektory sa taktiež používajú na zlepšenie identifikácie kaónov. Detektory označené na obrázku 2.1 ako TOF-TL a TOF-TR sú pixlové scintilačné detektory, ktoré pokrývajú rozsah hybností $3 - 12 GeV/c$. Ako TOF-GL a TOF-GR sú označené mriežkové scintilačné detektory. Sú určené na detekciu častíc s hybnosťami v rozsahu $2 - 6 GeV/c$. Detektory s označením PES-TOF pomáhajú zlepšiť identifikáciu častíc s hybnosťami menšími ako $2 GeV/c$ (jedná sa o častice emitované do zadnej hemisféry v CMS), ktoré sú zaujímavé najmä pre štúdium hadrón-jadrových zrážok. Sú to iskrové komory s úzkou štrbinou, pracujúce so štvorkomponentnou zmesou plynu (Ar/Isobutan/Ethylen/Butadien).

Experiment obsahuje ešte dva kalorimetre, Ring Calorimeter (pozostávajúci z prednej elektro-magnetickej a zadnej hadrónovej časti) a hadrónový Veto Calorimeter, ktoré sa používajú na triggerovanie pri jadro-jadrových zrážkach, a ďalej sústavu detektorov slúžiacich na kontrolu polohy zväzku (BPD) a na indikáciu, či v terčíku došlo k interakcii (S1-S4, V0, Centrality Detector).

2.2 Akceptancia, trigger a určovanie centrality

Experiment využíva prednosti geometrie experimentov s pevným terčom. Jednou z nich je napríklad malý stredný uhol (okolo 100 mrad), pod ktorým sú emitované častice vzhľadom na os zväzku, takže produkty sú sústredené v úzkom kuželi smerujúcom dopredu. Táto geometria je vhodná z hľadiska rekonštrukcie dráh častíc pomocou TPC, pretože väčšina častíc pretína komory

kolmo na elektrické a magnetické pole. Experiment umožňuje zrekonštruovať stopy približne 80% nabitých častíc, vyprodukovaných pri hadrónovej zrážke pri energii zväzku $158\text{GeV}/c$ (čo je štandardná energia SPS). K najväčším stratám častíc dochádza hlavne v zadnej hemisfére, kde nie je možné registrovať častice s rapiditou v CMS $y \leq -1$.¹ a v extrémne doprednej oblasti s pozdĺžnymi hybnosťami väčšími ako $80\text{GeV}/c$. Ďalšie straty sú spôsobené štrbinou medzi komorami, cez ktorú prechádza zväzok.² Ňou môžu unikáť častice s veľkou transversálnou hybnosťou, smerujúce nahor alebo nadol.

Druh terčika, ktorý sa použije, ako aj detektory slúžiace na triggerovanie, závisia od typu skúmanej reakcie. Existujú tri rôzne usporiadania: pre hadrón-nukleónové zrážky, hadrón-jadrové zrážky a jadro-jadrové zrážky.

V prípade hadrón-nukleónových zrážok (schéma zapojenia je zobrazená na obrázku 2.1b) sa ako terč používa nádoba s tekutým vodíkom (LH_2). V dráhe zväzku sa nachádzajú detektory na kontrolu polohy zväzku (BPD1-BPD3). Na triggerovanie slúžia scintilačné detektory S2 a S4, ktoré sú zapojené v antikoincidenzii. Detektor sa teda uvedie do chodu, iba ak je častica zväzku zaregistrovaná v detektore S2 a zároveň nie je registrovaná detektorom S4, čo znamená, že medzičasom došlo k interakcii. Takto zostavený trigger nedokáže rozpoznať interakcie, v ktorých sa nalietajúci hadrón len málo odkloní od svojho pôvodného smeru a trafi detektor S4. Simulácie ukazujú, že týmto spôsobom sa stráca 80% účinného prierezu pre pružný rozptyl a 50% účinného prierezu pre difrakciu.

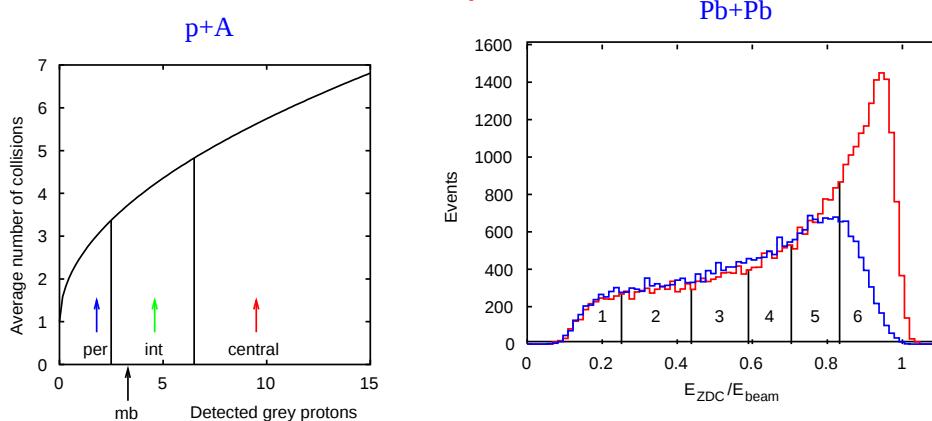
Pre zrážky typu protón-jadro a jadro-jadro experiment umožňuje kontrolovať centralitu zrážky. Zrážkový parameter interakcie síce nie je možné merať priamo, ale dá sa určiť pomocou istých experimentálne merateľných veličín, ktoré s ním úzko súvisia. Pre jadro-jadrové zrážky je takýmto parametrom počet nukleónov participujúcich na zrážke a na kontrolu centrality protón-jadrových zrážok sa využíva informácia o počte pomalých šedých protónov, vyprodukovaných pri zrážke.

V prípade zrážok hadrón-jadro terčík tvorí tenká fólia zhotovená z daného materiálu a ako trigger sa používa detektor centrality (obrázok 2.1c), ktorý kontroluje centralitu zrážky. Inak je skoro celé usporiadanie rovnaké ako u hadrón-nukleónových zrážok. Detektor centrality je plynový multielementný proporcionálny detektor cylindrického tvaru. Vďaka svojej geometrii dokola obklopuje terč, čo mu umožňuje detekovať častice vylietávajúce do

¹Rapidita je kinematická veličina definovaná vzťahom $y = \frac{1}{2} \ln \frac{E+p_{\parallel}}{E-p_{\parallel}}$, kde E je energia častice a $p_{\parallel}$ je jej pozdĺžna hybnosť.

²Komory bolo nutné rozdeliť, aby v prípade použitia oloveného zväzku nedošlo k ich zahlteniu v dôsledku veľkej mernej ionizácie olova.

Centrality control



Obrázok 2.2: Určovanie centrality v Na49 pre pA (ľavý obrázok) a AA (pravý obrázok).

pomerne veľkého priestorového uhla. Jeho úlohou je registrovať počet vyprodukovaných šedých protónov, ktorý úzko súvisí s centralitou zrážky. Pod šedými protónmi chápeme protóny s hybnosťou v laboratórnej sústave 0.15 až $1\text{GeV}/c$. Protóny s hybnosťou menšou ako $0.15\text{GeV}/c$ registrované nie sú, pretože povrch detektora je pokrytý tenkou medenou fóliou, cez ktorú nedokážu preniknúť do aktívneho objemu. Protóny s hybnosťou väčšou ako $1\text{GeV}/c$ sú vylúčené pomocou diskriminátora. Ako triggerovaciu podmienku môžeme položiť istý minimálny počet šedých protónov zaregistrovaných v detektore centrality. Závislosť stredného počtu zrážok, ktoré podstúpi naletavajúci protón v jadre, od počtu vyprodukovaných šedých protónov je zobrazená na obrázku 2.2 vľavo. Počet zrážok v zvolených intervaloch bol odhadnutý na základe simulácie pomocou modelu VENUS.

V prípade jadro-jadrových zrážok len malé percento spomedzi všetkých interakcií tvoria centrálné zrážky. K tomu aby sme ich dokázali vyselektovať, potrebujeme poznať dodatočnú informáciu o toku energie, ktorá zostala v oblasti zväzku. Preto sa ako súčasť triggerovacieho systému (obrázok 2.1a) využíva veto kalorimeter (VCAL), ktorý meria energiu v doprednej oblasti. Čím je centralita zrážky väčšia, tým menej energie sa v kalorimetry pozoruje. Podľa veľkosti energie sa dajú interakcie rozdeliť do niekoľkých intervalov v centralite ako je to možné vidieť na obrázku 2.2 vpravo, kde je zobrazené energetické spektrum VCAL spolu s definíciou jednotlivých binov. Počet participujúcich nukleónov pre každý bin sa získava z dát. Používa sa pritom

zákon zachovania baryónového náboja a predpoklad, že každý interagujúci protón je viditeľný v aktívnom objeme detektora. Potom je počet participujúcich nukleónov možné vypočítať pomocou izospinovej invariantnosti (odhadne sa počet neutrónov) a zákona zachovania podivnosti (z rozdielu K^+ a K^- je možné vypočítať počet vyprodukovaných podivných hyperónov).

2.3 TPC-plyn a monitorovanie

Najväčší problém pre experiment pracujúci s TPC predstavujú zrážky ťažkých iónov, v ktorých sú produkované obrovské množstvá častíc (pri centrálnych zrážkach olovo-olovo sa pri štandardných energiách SPS dosahujú extrémne vysoké hustoty, okolo 0.6 častíc na cm^2 v rovine kolmej na smer zväzku). Susedné stopy často ležia paralelne tesne vedľa seba. Preto je dôležité, aby komory mali veľmi dobré priestorové rozlíšenie a predovšetkým schopnosť navzájom od seba rozlíšiť dve stopy.

Pre schopnosť komory rozlíšiť dve stopy je určujúca difúzia pracovného plynu. V experimente sa používajú pomalé, studené plyny, skladajúce sa z inertného plynu a prímеси CO_2 . Vo vertexových komorách (VTPC) sa používa zmes $Ne + CO_2(90 : 10)$,³ a v hlavných komorách (MTPC) sa používa trojkomponentná zmes $Ar + CH_4 + CO_2(90 : 5 : 5)$. Driftové pole je nastavené na $200V/cm$. Pri takomto nastavení elektrického poľa sú hodnoty difúzných koeficientov a driftových rýchlostí nasledovné

VTPC: $\sigma_L = \sigma_T = 220\mu m/\sqrt{cm}$, $v_d = 1.4cm/\mu s$

MTPC: $\sigma_L = \sigma_T = 270\mu m/\sqrt{cm}$, $v_d = 2.4cm/\mu s$.

Výberom spomínaných plynových zmesí sa síce podarilo dosiahnuť zníženie difúzie, ale zato vyvstal nový problém so stabilitou plynu. Komplikáciu tu predstavuje skutočnosť, že plyny sú pri pracovných intenzitách v nenasatovanom stave a tak driftová rýchlosť je silno závislá od E/p . Preto je nutné neustále kontrolovať veľkosť driftovej rýchlosti a jej závislosť od tlaku a teploty. Okrem toho je potrebné neustále sledovať presnosť zmiešavania zmesí, kvôli koeficientu plynového zosilnenia ako aj kvôli driftovej rýchlosti.

Ďalší problém súvisí so zachytávaním elektrónov neutrálnymi elektronegatívnymi atómami. V plynových zmesiach, obsahujúcich CO_2 sa pravdepodobnosť elektrónového záchytu prudko zvyšuje už pri stopových množstvách O_2 alebo H_2O . Po zachytení elektrónu atómom sa vytvorí záporný ión, pohybujúci sa podstatne nižšou driftovou rýchlosťou akú má elektrón, čo

³Neón bol vybraný pretože vytvára menší počet elektrón-iónových párov (v porovnaní s Argónom len polovičný), čo je vyhovujúce v podmienkach s vysokou hustotou nabitých častíc, lebo potláča problémy súvisiace s akumuláciou priestorového náboja v komore.

spôsobí jeho vylúčenie z elektrónového oblaku. Toto potom môže nepriaznivo ovplyvniť identifikáciu častíc. Preto je potrebné permanentne kontrolovať prítomnosť O_2 a H_2O v plynovej náplni.

2.4 Proporcionálne komory

Readout TPC komôr je realizovaný pomocou 62 proporcionálnych blokov (6 blokov pre každú VTPC, 25 blokov pre každú MTPC). Proporcionálne bloky boli skonštruované podľa klasického dizajnu, ktorého schéma je znázornená na obrázku 2.3. Proporcionálny blok oddeľuje od driftového priestoru vrátovacia mriežka (Gating grid), za ktorou sa nachádzajú Frischova mriežka (Cathode plane), anódová mriežka (Sense wire plane) a rovina padov (Pad plane).

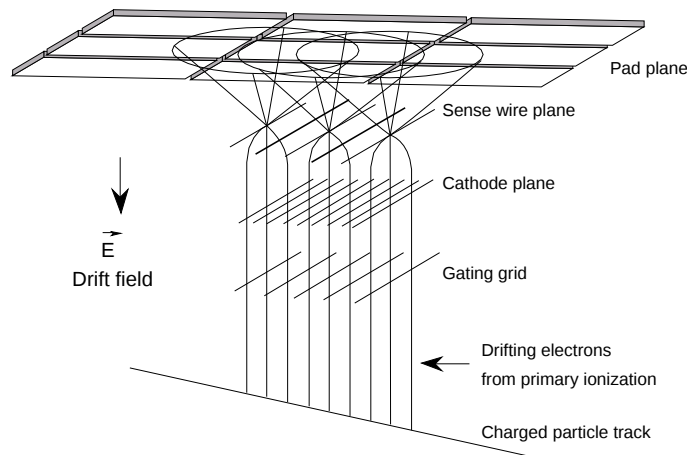
Princíp činnosti proporcionálnych komôr je nasledovný. Keď v terčíku dôjde k interakcii, trigger vyšle signál, ktorý otvorí vrátovaciu mriežku. Nabitá častica, vyprodukovaná pri interakcii, pri prechode komorou ionizuje atómy plynu čím vznikajú voľné elektróny, ktoré keď dodriftujú do proporcionálnej oblasti a vytvoria v okolí anódy lavínu. Elektrónová časť lavíny sa na anóde rýchlo zozbiera a kladné ióny, ktoré sa pohybujú k Frischovej mriežke len veľmi pomaly, budú indukovať na padoch signál. Na základe signálov z padov je možné určiť dve z troch súradníc detekovanej častice (keďže signál vzniká na viacerých padoch súčasne, na upresnenie polohy sa používa ťažisková metóda). Tretia súradnica sa určuje z merania doby driftu.⁴ Tá sa začína merať od momentu, kedy prebehla interakcia, čiže od momentu keď sa spustil trigger.

Proporcionálne komory v experimente Na49 sa vyznačujú niekoľkými zvláštnosťami. Jednou z nich je, že na určovanie polohy častice a jej identifikáciu⁵ sa používa len informácia z padov. Je to nevyhnutné kvôli veľkým hustotám častíc pri zrážkach ťažkých iónov. Preto sú medzery medzi anódovými vláknami a padmi malé (len $2 - 3mm$), čo vedie k úzkej odozvovej funkcii padu (Pad Response Function, PRF). Aby bola PRF správne navzorkovaná, bolo nutné použiť aj úzke pady (približne $3mm$). To má za následok vysokú hustotu elektronických kanálov (na jeden modul pripadá 4000 kanálov).

Geometria experimentu Na49 je veľmi jednoduchá, keďže dráhy častíc sú

⁴K tomu je veľmi dôležité presne poznať driftovú rýchlosť. Preto sa vykonáva jej nepretržité monitorovanie (viď predchádzajúca kapitola).

⁵Identifikácia sa vykonáva na základe merania ionizačných strát dE/dx . Táto metóda bude detailnejšie popísaná neskôr.



Obrázok 2.3: Schéma štruktúry TPC

vo väčšine prípadov prakticky rovnobežné. Magnetické pole separuje dráhy častíc v smere osi x (pozdĺž drôtov) podľa hybnosti. Keď častica neletí kolmo na drôty (t.j. pozdĺž padov) priestorové rozlíšenie TPC sa prudko zhoršuje. Z tohto dôvodu je snaha prispôbiť geometriu tak, aby čo najlepšie zodpovedala dráhe častice. Preto je možné pady nakloniť tak, aby sa nežiaduci efekt minimalizoval. Z tohto dôvodu majú pady vo všetkých štyroch komorách rovnobežníkovitý tvar, pričom uhol ich náklonu je volený tak, aby bol optimálny pre častice s nulovou priečnou hybnosťou.

Koeficient plynového zosilnenia je určený dvoma požiadavkami. Na jednej strane by mal byť čo najnižší, aby sa zabránilo prierazom komôr a ich starnutiu. Na druhej strane na efektívnu identifikáciu musí byť zabezpečený dostatočný odstup medzi signálom a šumom. Po dôkladnej optimalizácii bol koeficient plynového zosilnenia nastavený na 5×10^3 v MTPC a na 2×10^4 vo VTPC.

2.5 Elektronika

Elektronický systém experimentu je pomerne zložitý, jednak kvôli komplexnému tvaru spracovávaného signálu a na druhej strane kvôli potrebe analógového spracovania signálov, pretože veľkosť signálu sa používa na identifikáciu a jeho tvar na určenie polohy.

Kompletná front-end elektronika je zoskupená do kariet s 32 kanálmi,

ktoré sú pripojené ku zodpovedajúcim padom. Signál z padov sa najprv zosilní na predzosilňovači a potom je nasledovne upravený tvarovačom na tvar blízky Gaussiánu. Takto upravený signál je navzorkovaný a jednotlivé vzorky sa uchovávajú v SCA obvode. Po uplynutí čítacieho cyklu sú údaje prenese-
né do analógovo-digitálneho konvertora (ADC). Dáta už v digitálnej forme sú zmultiplexované a posielané do kontrolnej miestnosti, kde sa dodatočne spracovávajú a zapisujú na pásku.

2.6 Rekonštrukcia stôp

V experimente Na49 sa rekonštrukcia stôp častíc vykonáva v nasledujúcich krokoch:

1. vyhľadávanie klastrov,
2. konštrukcia lokálnych stôp častíc v jednotlivých TPC,
3. spájanie lokálnych stôp do globálnych,
4. fitovanie hybností.

V prvom kroku sa softwarové vybavenie zameriava najprv na vyhľadávanie dvojrozmerných klastrov. K tomu využíva informácie o veľkosti signálov v jednotlivých radoch padov v rôznych časových vzorkách. Poloha klastra v smere drôtov a v smere driftu je určená ako poloha ťažiska rozdelenia náboja. Celkové rozlíšenie závisí od dĺžky driftu (podľa teórie by táto závislosť mala byť lineárna, ale ukazuje sa, že v skutočnosti nie je), pre MTPC sa σ^2 pohybuje v rozmedzí od $120\mu m$ v blízkosti proporcionálnych komôr, až po $270\mu m$ pri maximálnej dĺžke driftu.

V druhom kroku sa klastre v jednotlivých komorách nezávisle spájajú do lokálnych stôp častíc. Stopy častíc sú vplyvom magnetického poľa vejárovite rozvíjané v smere pozdĺž drôtov, preto je väčšina dráh rovnobežných, čo má svoje výhody pri ich vyhľadávaní a rozpoznávaní. Vďaka dobrej rozlišovacej schopnosti komôr, je vo väčšine fázového priestoru efektívnosť vyhľadávania stôp častíc prakticky 100%. Pri vzdialenostiach medzi dráhami častíc väčšími ako $2cm$, sú stopy rozpoznané so 100%-nou účinnosťou. Táto účinnosť klesá so zmenšujúcou sa vzdialenosťou medzi dráhami (pri vzdialenosti $1cm$ je už len polovičná). Preto sa straty častíc pozorujú hlavne pri $PbPb$ zrážkach v blízkosti zväzku, kde je najväčšia okupancia.

V treťom kroku sa segmenty stôp z jednotlivých komôr spájajú do globálnych stôp. Kladú sa pritom vysoké nároky na presné určenie vzájomnej

orientácie a vzdialenosti komôr (požadovaná presnosť je na úrovni $100\mu m$). Z hľadiska nadväznosti koordinát v smere driftu je potrebná aj presná znalosť driftovej rýchlosti a referenčného času, od ktorého sa jednotlivé komory spúšťajú (v prípade keď komory nie sú dobre zosynchronizované, môže dôjsť k štiepeniu stôp, čo spôsobuje účinnosti väčšie ako 100%).

V poslednom kroku, keď už sú jednotlivé segmenty dráh pospájané, je možné pristúpiť k priradovaniu hybností. Výsledné hybnostné rozlíšenie je dané rozlíšením v súradniciach, dĺžkou stopy a počtom bodov, ktoré častica v komorách zanechala.

Kapitola 3

Štúdium produkcie rezonančných stavov.

3.1 Úvod

V experimentoch vo fyzike vysokých energií je možné pozorovať len stabilné častice. Ale nie všetky stabilné častice sú vyprodukované priamo v reakcii. Veľká časť z nich môže pochádzať z rozpadov rezonancií a preto je ich štúdium dôležité pre pochopenie dynamiky samotnej reakcie.

Ako prvé boli pri skúmaní totálneho účinného prierezu reakcií πp začiatkom päťdesiatych rokov objavené baryónové Δ rezonancie. V nasledujúcom období počet novoobjavených rezonancií explozívne narastal. Popri baryónových rezonanciách boli pozorované aj mezónové rezonancie (z nich spomeniem napríklad ρ , ktorá bola objavená v produkčných experimentoch typu $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \rho^0 \rightarrow \pi^+ p \pi^+ \pi^-$). Tento prudký nárast počtu objavených rezonancií, podnietil vznik kvarkového modelu.

Silne rozpadajúce sa rezonancie, s dobou života kratšou ako $10^{-22} s$ nestihnú v detektore prejsť dostatočne veľkú vzdialenosť nato, aby bolo možné určiť ich sekundárny vertex, ako to bolo v prípade slabo sa rozpadajúcich častíc. Keďže ich nie je možné pozorovať priamo, k tomu aby sme o nich získali potrebné informácie, musíme použiť nepriame metódy. Tradične používanou metódou je rozdelenie invariantných hybností. Pri použití rozdelenia invariantných hybností najprv vyberieme spomedzi všetkých častíc vyprodukovaných v udalosti, len páry zodpovedajúce skúmanému rozpadovému kanálu. Pre každý z týchto párov sa vypočíta invariantná hmotnosť

$$M_{inv} = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2}$$

a jej hodnota sa zapíše do histogramu. Tento histogram (inak nazývaný grafom invariantných hmotností) obsahuje široké pozadie, spôsobené kombináciami častíc nepochádzajúcich z rozpadu rezonancie, resp. nie z tej istej rezonancie. Páry častíc, ktoré pochádzajú z rozpadu tej istej rezonancie, sú viazané zákonmi zachovania hybnosti a energie, čo zabezpečuje, že ich invariantné hmotnosti budú nadobúdať hodnoty len z relatívne úzkeho intervalu. Tým sa vytvorí malý kopček naložený na pomerne veľkom pozadí. Musíme si uvedomiť, že pri vysokých energiách kde sa produkuje veľké množstvo častíc bude pomer rezonancia/pozadie vždy malý, dokonca aj v prípade, keď je väčšina stabilných častíc produkovaných prostredníctvom rezonancií. Dôvodom je, že počet všetkých možných kombinácií, ktorými možno dvojicu častíc vybrať je oveľa väčší ako počet rezonancií.

K tomu, aby sme dokázali určiť účinný prierez produkcie rezonancie, je potrebné čo najpresnejšie odseparovať pozadie od rezonancie. S tým sú však spojené veľké problémy, pretože neexistuje fundamentálna metóda, ktorá by umožňovala vypočítať tvar pozadia. Obyčajne sa zvyknú dáta fitovať funkciou, ktorá je lineárnou kombináciou Breit-Wignerovej funkcie, popisujúcej hmotnostné rozdelenie rezonancie, a druhej vhodne zvolenej funkcie, ktorou sa snažíme aproximovať tvar pozadia. Bohužiaľ tento postup nie je možné použiť v prípade širokých rezonancií, pretože sa môžeme dopustiť veľkej chyby, ktorú navyše ani nevieme presne odhadnúť.

Na riešenie uvedených problémov bola navrhnutá metóda miešania udalostí. Domnievame sa, že táto metóda je čo sa týka separácie pozadia podstatne citlivejšia ako predchádzajúce. Už sa dobre osvedčila pri meraní účinných prierezov širokých baryónových rezonancií. To bolo jedným z hlavných dôvodov, prečo sme sa ju rozhodli použiť pri určení účinného prierezu ρ^0 rezonancie. Keďže ρ^0 bola už viackrát zmeraná rôznymi metódami, zároveň si overíme, či metóda miešania udalostí dáva správne výsledky aj v prípade nižších mezónových rezonancií.

Musíme však spomenúť, že nie sme prví, ktorí použili túto metódu na meranie nižších mezónových rezonancií. Tieto merania boli prevedené zhruba pred dvadsiatimi rokmi kolaboráciou SFM na urýchľovači ISR [8]. V týchto časoch metóda miešania udalostí ešte nebola detailne rozpracovaná, no aj napriek tomu dospela k rozumným výsledkom. Odvtedy metóda prešla svojou evolúciou a zdokonalila sa. Na určenie tvaru pozadia použili kombinované piónové páry pochádzajúce z rôznych udalostí. O takto zhotovenom pozadí z nekorelovaných $\pi^+\pi^-$ párov sa predpokladalo, že bude vhodne popisovať skutočné pozadie v spektre invariantných hmotností, pretože skúmané udalosti boli obmedzené iba na malú oblasť fázového priestoru, čím sa zamedzilo silnému narušeniu zákona zachovania energie a hybnosti vo vzorke miešaných

udalostí. Namerané invariantné hmotnostné spektrum bolo potom ofitované nekorelovaným pozadím spolu s rezonančnými príspevkami, čím sa určil signál od jednotlivých rezonancií.

Pri našich výpočtoch sme vychádzali z ich práce. Snažili sme sa nájsť dôvod, prečo by mala pôvodne navrhovaná metóda miešania "všetkého so všetkým" fungovať. K tomu aby sme presne pochopili čo sa pri miešaní udalostí deje, sme si vypracovali štatistický model (Dodatok A), ku ktorému sa neskôr vrátíme.

3.2 Metóda miešania udalostí

Hlavná idea metódy miešania udalostí spočíva v tom, že sa snaží vypočítať tvar pozadia v spektre invariantných hmotností pomocou párov častíc, v ktorých každá častica pochádza z inej udalosti. Takýmto výberom sa zaručí, že sa do spektra nedostanú páry častíc, pochádzajúce z rozpadu tej istej rezonancie, o ktorých vieme, že sú silne korelované. Keďže obe častice pochádzajú z rôznych udalostí nemôžu byť korelované (podobne ako požadové častice v rámci jednej udalosti), a preto je možné pomocou nich zrekonštruovať pozadie.

Aj keď základná myšlienka vyzerá byť veľmi jednoduchá, jej aplikácia na reálne dáta nie je úplne triviálna, ba dokonca existujú aj pochybnosti o jej použiteľnosti. Problematika použitia miešania udalostí je dobre spracovaná v prácach H.G.Fischera a jeho spolupracovníkov [7].

Ukázalo sa, že miešané spektrum presne nepopisuje pozadie. Miešaním rozpadových produktov rezonancií pochádzajúcich z rôznych udalostí sa v spektre vytvorí široký "príhľapok", ktorý je naložený na pozadí. Preto bolo navrhnuté aby sa počet rezonancií určoval zo spektra, ktoré vznikne odčítaním miešaného spektra od pôvodného spektra pomocou Monte Carlo simulácie. Táto pomerne zložitá procedúra dáva správne výsledky iba za použitia prísnych selekčných kritérií, týkajúcich sa najmä hybností dcérskych častíc. Tieto selekčné kritériá ďalej komplikujú už aj tak zložitú situáciu. Bližšie sa k tomu vrátíme v nasledujúcich kapitolách.

Kapitola 4

Identifikácia častíc

K serióznej analýze dát je potrebné spoľahlivo vedieť určiť o aký typ častice sa jedná. Dobrá identifikácia častíc nám umožňuje znížiť pozadie v spektre invariantných hmotností. V experimente *Na49* sa identifikácia nabitých častíc vykonáva pomocou ionizačných strát v oblasti relativistického rastu.

4.1 Metóda identifikácie pomocou ionizačných strát

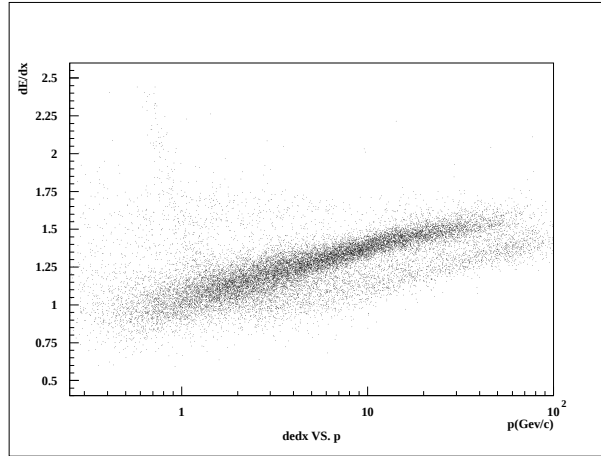
Stredné ionizačné straty sú popísané Bethe-Blochovou formulou, ktorá závisí len od rýchlosti častice. Formula má nasledovný tvar [3]

$$-\frac{dE}{dx} = -\frac{2\pi N_A z^2 e^4}{mc^2} \frac{Z\rho}{A\beta^2} \left\{ \ln \frac{2mc^2\beta^2 E_m}{I^2(1-\beta^2)} - 2\beta^2 - \delta \right\} \quad (4.1)$$

kde N_A je Avogadrova konštanta, m je hmotnosť elektrónu, e je elementárny náboj, z je náboj a β rýchlosť detekovanej častice (v jednotkách svetla), Z , A , ρ sú protónové číslo, nukleónové číslo a hustota prostredia, ktorým častica prechádza, I je efektívny ionizačný potenciál a δ korekcia na efekt hustoty. Veličina E_m predstavuje maximálnu energiu, ktorú častica môže pri jednej zrážke stratiť, a možno ju vyjadriť vzťahom

$$E_m = \frac{2mc^2\beta^2}{1-\beta^2}$$

Pre nás je zaujímavá oblasť relativistického rastu, kde sa ionizačné straty menia monotónne. Ak sa nám podarí odmerať ionizačné straty, potom



Obrázok 4.1: Nameraná závislosť ionizačných strát dE/dx od hybnosti pre častice produkované v pp zrážkach.

môžeme vypočítať rýchlosť častice. Hybnosť sme schopný určiť zo zakrivenia dráhy častice v magnetickom poli.¹ Keď súčasne poznáme hybnosť aj rýchlosť častice, vypočítať jej hmotnosť už nie je problém.

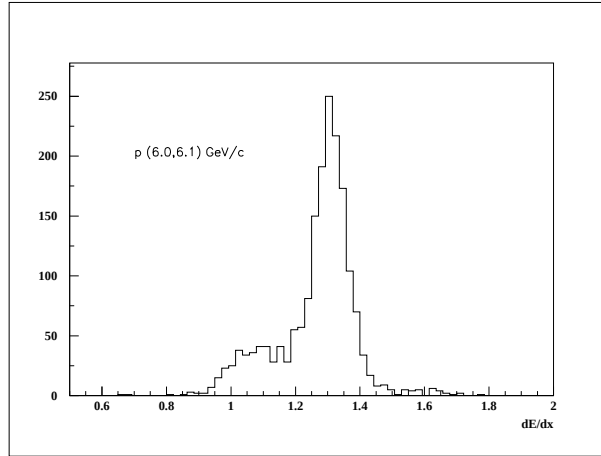
Pre praktické použitie je výhodnejšie namiesto závislosti ionizačných strát od rýchlosti používať závislosť ionizačných strát od logaritmu hybnosti. Výhoda je v tom, že pre jednotlivé častice (napríklad p , K , π , e) získame rôzne krivky, ktoré sú navzájom posunuté (viď obrázok 4.1).² Tým sa stáva identifikácia viacej názornejšou.

Ak pri danej hybnosti chceme od seba rozlíšiť rôzne typy častíc, musíme vedieť odmerať stredné ionizačné straty s presnosťou lepšou, ako sú vzdialenosti Bethe-Blochových kriviek na obrázku. Hlavný problém tu predstavujú fluktuácie ionizačných strát. Tie sú popísané Landauovým rozdelením, vyznačujúcim sa dlhým chvostom, ktoré výrazne zhoršuje výsledné rozlíšenie. Preto sa ionizačné straty v TPC-komorách merajú pre každú časticu viac krát. Je to veľmi náročná úloha. Musí sa zmerať náboj zanechaný na jednotlivých radoch padov s presnosťou na úrovni percent. To vyžaduje mať pod kontrolou všetky efekty, ktoré môžu mať vplyv na procesy súvisiace so vznikom, zosilnením a zberom náboja.

Na základe týchto nezávislých meraní sa potom snažíme odhadnúť stred-

¹Hybnosť častice, pohybujúcej sa mag. poli, je nepriamoúmerná hodnote polomeru krivosti.

²Čím je hmotnosť častice väčšia, tým je jej krivka posunutá viac doprava. Posunutie je rovné $\log m$.



Obrázok 4.2: Početnosť častíc v závislosti od dE/dx pri fixovanom intervale hybnosti. Štyri píky zodpovedajú protónom, kaónom, piónom a elektrónom (zľava doprava).

né ionizačné straty častice. Štandardný spôsob, ktorý sa používa k určení strednej hodnoty veličiny je výpočet aritmetického priemeru. Podľa centrálnej limitnej vety pravdepodobnostné rozdelenie aritmetického priemeru nezávislých náhodných veličín s rovnakým rozdelením, pre nekonečne veľký počet veličín prechádza na Gaussovské rozdelenie, so strednou hodnotou zhodujúcou sa so strednou hodnotou pôvodného rozdelenia a so strednou kvadratickou odchýlkou rovnou $\sigma/\sqrt{N}$. Pretože jednoduchý aritmetický priemer konverguje k normálnemu rozdeleniu veľmi pomaly, pristúpilo sa k použitiu orezaného aritmetického priemeru. Jednotlivé merania ionizačných strát častice sa zoradia podľa veľkosti. Polovica meraní, v ktorých boli namerané vysoké hodnoty ionizácie sa vylúči a zo zostávajúcich hodnôt sa vypočíta aritmetický priemer.

V dátach, s ktorými pracujem mám priamo k dispozícii hodnotu orezaného priemeru (zjednodušene sa jej hovorí dE/dx), jej chybu $\sigma(N_{VTPC}, N_{MTPC}, dE/dx)$, ako aj počty bodov, ktoré častica zanechala v jednotlivých komorách.

4.2 Overenie správnosti identifikácie

Za účelom lepšej analýzy sme potrebovali vybrať čistú vzorku piónov. Graf 4.2 znázorňuje rozdelenie počtu častíc s určitou hybnosťou od ionizačných

strát (dE/dx). Možno na ňom rozoznať štyri píky, zodpovedajúce protónom, kaónom, piónom a elektrónom. Rozdelenia častíc sú gaussovské a dochádza k ich vzájomnému prekrytiu (výrazné je najmä v prípade protónov a kaónov). V oblasti s nízkych hybností, kde sa jednotlivé Bethe-Blochove krivky častíc pretínajú je identifikácia obzvlášť obtiažna. Preto k identifikácii používame len častice, ktoré v ťažiskovej sústave experimentu letia dopredu ($x_F > 0$), čo zodpovedá približne hybnosti okolo $4\text{GeV}/c$, kde sú už krivky od seba odlišené. Štatisticky by malo platiť, že častice vyletujúce z miesta zrážky sú v ťažiskovej sústave rozdelené symetricky vzhľadom na prednú a zadnú hemisféru. To treba zohľadniť pri záverečných výpočtoch totálneho účinného prierezu rezonancie (jeho skutočná hodnota bude 2-krát väčšia).

V zrážkach vyprodukované pióny väčšinou odnášajú len malú pozdĺžnu hybnosť v porovnaní s protónmi a kaónmi. V oblasti malých hybností sa teda budú vyskytovať najmä pióny. Preto sme každú časticu najprv preverili, či sa nejedná o pión. Vypočítali sme hodnotu Bethe-Blochovej funkcie, predpokladajúc, že sa jedná o pión. Ak sa nameraná hodnota dE/dx sa nachádzala v intervale $\pm 2\sigma$ od vypočítanej hodnoty, časticu sme prehlásili za pión. V opačnom prípade sme sa časticou ďalej nezaoberali.

Stredná kvadratická odchýlka σ orezaných priemerov je funkciou počtu bodov, ktoré častica zanechala v VTPC a MTPC a je úmerná $\sqrt{dE/dx}$.³ Ak predpokladáme, že daná častica je pión, tak jemu zodpovedajúca odchýlka bude

$$\sigma_\pi = \frac{\sqrt{dE/dx(\pi)}}{\sqrt{dE/dx}} \sigma$$

Hodnota 2σ bola vybratá tak, aby nedochádzalo k väčším stratám častíc (piónov) a zároveň aby kontaminácia od iných typov častíc bola malá. Hlavný zdroj kontaminácie tu predstavujú kaóny, ale ich počty sú pomerne nízke v porovnaní s počtami piónov.⁴ Na straty piónov, ku ktorým pri takejto selekcii dôjde, sa pri výpočte účinného prierezu prevedie korekcia.

³Vyplýva to z Poissonovského rozdelenia N_e

$$\sigma_{N_e} = \sqrt{N_e} \sim \sqrt{dE/dx}$$

⁴Ak dôjde k chybnéj identifikácii častice, v spektre invariantných hmotností dostaneme príspevok do pozadia, ktorý sa aj tak odčíta.

Kapitola 5

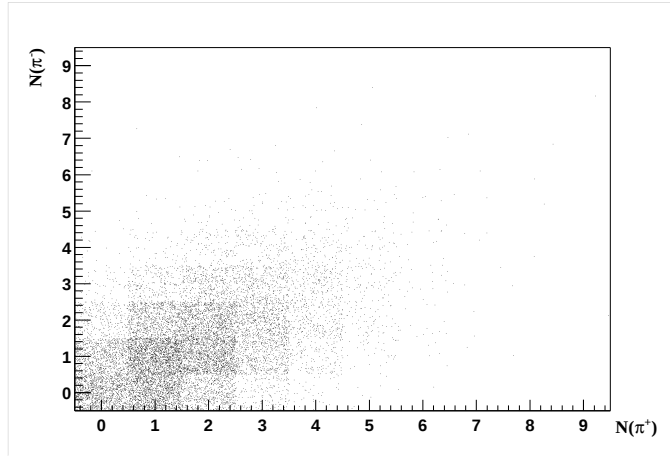
Určenie počtu vyprodukovaných rezonancií

5.1 Nový model na extrakciu mezónových rezonancií.

V kapitole 3.2 sme spomínali, že štúdie miešaného spektra ukázali, že v prípade baryónových rezonancií nedostaneme len čisté pozadie, ale aj príspevky od kombinácií typu rezonancia s pozadím, rezonancia s druhou rezonanciou, atď. Po odčítaní miešaného spektra od pôvodného hmotnostného spektra vzniká pomerne komplikovaná štruktúra. Za pomoci jednoduchých modelov sa podarilo ukázať [?], že miešané spektrum pozostáva z dvoch častí: z pozadia, ktoré sa zhoduje s pozadím v pôvodnom spektre invariantných hmotností, a zo širokého "príchlápku", tvoreného príspevkami od rozpadových produktov rezonancií pochádzajúcich z rôznych udalostí.

My však chceme túto metódu použiť na mezónové rezonancie. Tie na rozdiel od baryónových rezonancií môžu byť pri protón-protónových zrážkach produkované aj vo väčšom množstve.¹ Takže už pôvodné spektrum obsahuje príspevky od párov, tvorených časticami pochádzajúcimi z rozpadov rôznych rezonancií. To nás doviedlo k úvahe, či by sa pri odčítaní miešaného spektra od pôvodného, práve táto časť spektra nemohla vyrušiť s "príchlápkom", čím by sme priamo získali čisté spektrum rezonancie. Ak je táto úvaha správna, tak postup použitý kolaboráciou SFM v článku [8] bol korektný. (Postup miešania bol pomerne jednoduchý: navzájom sa miešali všetky kladné pióny z

¹ Počet vzniknutých baryónových rezonancií v udalosti je limitovaný zákonom zachovania baryónového čísla. Obyčajne nevznikne viac než jedna. Na mezóny sa zákon nevzťahuje, lebo majú baryónové číslo rovné nule.



Obrázok 5.1: Rozdelenie počtu kladných a záporných piónov.

jednej udalosti so všetkými zápornými piónmi z iných udalostí. Neuplatňovali sa pritom žiadne obmedzujúce kritériá na hybnosti miešaných piónov, a ani na typ udalostí, z ktorých pióny pochádzali.)

Preto sme sa rozhodli vypracovať štatistický model (viď Dodatok A), ktorý by vysvetľoval prečo spôsob miešania udalostí navrhnutý kolaboráciou SFM funguje. Uvažovali sme rezonanciu $\rho(770) \rightarrow \pi^+\pi^-$, ktorá je pomerne široká ($\Gamma \approx 150 \text{ MeV}$) a teda je vhodným kandidátom na otestovanie našej metódy. V Dodatku A sme ukázali, že pozadie z pôvodného spektra invariantných hmotností párov $\pi^+\pi^-$ sa nám podarí pomocou miešania udalostí zrekonštruovať len za platnosti viacerých nie celkom triviálnych predpokladov. Kvôli stručnosti ich iba vymenujem, pretože v dodatku sú podrobne rozpísané. Sú to:

1. Spektrá pozdĺžnej hybnosti nezávisia od počtu vyprodukovaných častíc.
2. Hybnostné rozdelenia kladných a záporných piónov sú nezávislé pre všetky kombinácie častíc, okrem párov častíc pochádzajúcich z rozpadu tej istej rezonancie.
3. Počty kladných a záporných piónov nie sú korelované.
4. Rozdelenie počtu ρ -mezónov je Poissonovské.

Veľkou výhodou tohto modelu je, že k určeniu počtu vyprodukovaných rezonancií nepotrebuje Monte Carlo simuláciu. Po odčítaní miešaného spektra

od pôvodného ostáva len samotné spektrum rezonancie, ktoré stačí ofitovať Breit-Wignerovou formulou. Navyše model neobsahuje žiadne selekčné kritériá, takže okrem totálneho účinného prierezu by sa z dát pomerne ľahko dala určiť aj závislosť $d\sigma/dx_F$.

Predtým, než metódu odskúšame na reálnych dátach, je nutné preveriť či sú splnené predpoklady, za ktorých bola odvodená. Nie všetky sa však dajú overiť. Logicky sme začali najprv tretím predpokladom, ktorý sa nám javil byť najslabším. Z nameraných dát sme zistili závislosť počtu kladných piónov od záporných piónov (graf 5.1). Na prvý pohľad je vidieť, že počty sú silne korelované, o čom svedčí aj vysoká hodnota korelačného koeficientu $r \approx 0.7$. Žiaľ musíme skonštatovať, že predpoklad nie je splnený ani približne. Počty piónov musia byť korelované v dôsledku zákona zachovania elektrického náboja, lebo ani baryóny ani kaóny sa nerodia vo veľkom množstve a preto nemôžu kompenzovať nábojový deficit, ktorý by vznikol keby boli počty piónov nezávislé.

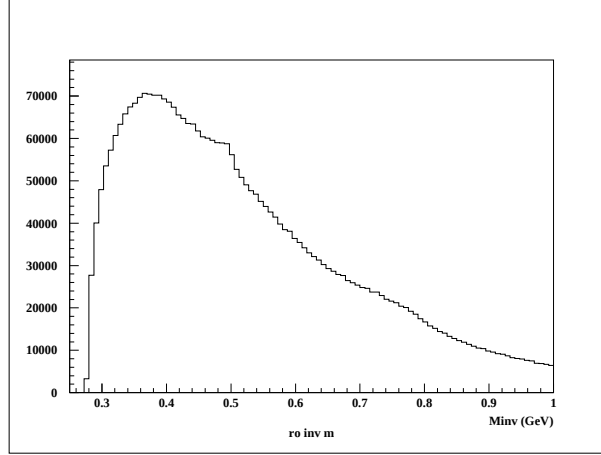
Nanešťastie pre nás z toho vyplýva, že model nemožno použiť na extrakciu ρ -rezonancie. Musíme ho modifikovať takým spôsobom, aby sme sa vyhli použitiu tohto neplatného predpokladu. To sa však nezaobíde bez použitia selekčných kritérií.

5.2 Modifikácia modelu s uplatnením selekčných kritérií

V predchádzajúcej kapitole sme ukázali, že neplatí predpoklad o nezávislosti rozdelenia počtov kladných a záporných piónov. Tento fakt nemožno ignorovať, ale dá sa obísť tým, že budeme navzájom miešať len častice, pochádzajúce z udalostí, s rovnakou multiplicitou napríklad kladných piónov (viď Dodatok B).

Keď od seba odčítame spektrá invariantných hmotností pre páry $\pi^+\pi^-$ pochádzajúce z rôznych udalostí a pre páry pochádzajúce z rovnakých udalostí, okrem rozdelenia rezonancie, ktoré nás zaujíma, ostane ešte niekoľko interferenčných členov. Väčšina interferenčných členov (sú tvorené rôznymi príspevkami od párov, ktoré sú kombináciami kladných a záporných piónov pochádzajúcich z rezonancií, alebo z pozadia) sa navzájom vyruší, ak sú hybnostné rozdelenia častíc štatisticky nezávislé. V skutočnosti však nezávislé nie sú, ale dá to zabezpečiť fixovaním úzkeho intervalu pozdĺžnej hybnosti aspoň jednej z dcérskych častíc. Potom sa hybnostné rozdelenia rôznych typov piónov začnú rovnať.

Pri uplatnení tohto výberového kritéria, piaty predpoklad o Poissonov-



Obrázok 5.2: Spektrum invariantných hmotností pre kanál $\pi^+\pi^-$. Hybnosti π^+ ležia v intervale $x_F \in (0.;0.05)$.

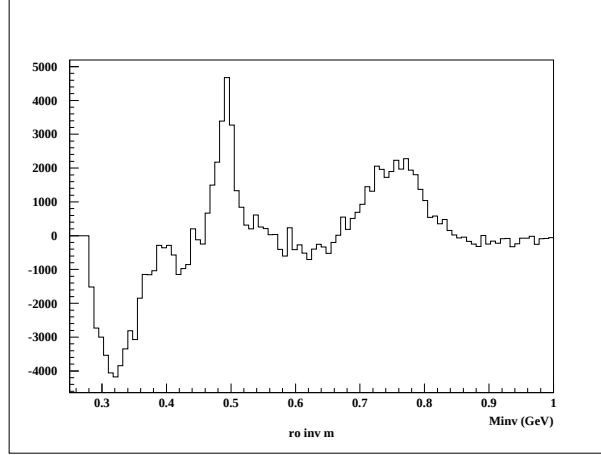
skom rozdelení počtu rezonancií z predchádzajúcej kapitoly, už nie je potrebný. Počet použitých predpokladov sa tým v novom modeli zredukoval, čo môžeme hodnotiť len pozitívne.

Keďže pôvodné spektrum (viď obrázok 5.2) aj miešané spektrum sú rovnako normalizované, po ich odčítaní dostaneme rozdelenie s celkovou plochou rovnou nule, ktoré bude v niektorých oblastiach invariantných hmotností kladné a v iných záporné. Tvar takéhoto rozdelenia je na obrázku 5.3. Pri voľbe dostatočne úzkeho intervalu hybností u jednej z dcérskych častíc, sa jeho tvar dá popísať ako rozdiel dvoch príspevkov (vzťah B.3)

$$\rho(m) - \rho_{mix}(m) = \langle n_\rho \rangle [BW_\rho(m) - Prichlapok_\rho(m)]$$

Prvý príspevok predstavuje invariantné rozdelenie párov častíc pochádzajúcich z rozpadu tej istej rezonancie (Breit-Wignerovo rozdelenie) a druhý, invariantné rozdelenie párov častíc, ktoré sú rozpadovými produktmi rezonancií pochádzajúcich z rôznych udalostí ("príchlapok" v miešanom spektre).

Takéto odčítané rozdelenie možno vytvoriť pomocou Monte Carlo simulácie. Stačí, keď simulácia obsahuje len jednu rezonanciu. Najprv vygenerujeme rezonanciu s hmotnosťou m a realistickým rozdelením v hybnosti, a necháme ju rozpadnúť na kladný a záporný pión. Následne prevedieme miešanie udalostí a získame odčítané spektrum, s rovnakým tvarom ako sme dostali z experimentálnych dát. Budú sa líšiť len o multiplikatívnu konštantu, ktorá



Obrázok 5.3: Výsledné spektrum po odčítaní miešaného spektra od pôvodného spektra invariantných hmotností pre kanál $\pi^+\pi^-$. (Odčítané spektrum.) Hybnosti π^+ ležia v intervale $x_F \in (0.; 0.05)$.

predstavuje počet vyprodukovaných rezonancií, nachádzajúcich sa v dátach, ktoré prešli selekčným kritériom.

Už na obrázku 5.2 sme si mohli všimnúť, že v spektre invariantných hmotností sa okrem ρ -rezonancie, ktorá má maximum okolo 770MeV , nachádza aj úzka rezonancia K_S^0 v oblasti 500MeV . Pretože sa nachádzajú ďalej od seba, na prvý pohľad by sa mohlo zdať, že sa nebudú navzájom ovplyvňovať. Ale graf 5.3 odčítaného spektra nám toto tvrdenie vyvracia. Dochádza k prekrytiu širokých príchľapkov. Navyše sa pred ρ -rezonanciou objavila široká štruktúra, ktorá by mohla byť reflexiou nejakej rezonancie rozpadajúcej sa na tri častice.² Mohla by to byť jedna z mezónových rezonancií napríklad $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, ale taktiež nemôžeme vylúčiť ani baryónové rezonancie. Kanálom $\pi^+\pi^-$ sa teda rozpadá viacero rezonancií (v bezprostrednej blízkosti ρ sú to najmenej dve).

V našom teoretickom modeli sme doposiaľ uvažovali len jednu rezonanciu. Preto treba preveriť, či navrhnutá metóda bude fungovať aj keď je v spektre prítomných viacero rezonancií. Mohli by totiž vzniknúť nové interferenčné členy, zodpovedajúce párom častíc, pochádzajúcich z rôznych typov rezonancií, s ktorými doterajší model nepočítal. Týmto problémom sa podrobnejšie

²Pri trojčasticovom rozpade nie sú hybnosti rozpadových produktov v CMS určené presne, ale môžu nadobúdať hodnoty z určitých intervalov. Preto ak pri výpočte invariantnej hmotnosti použijeme len dve častice, nielenže sa jej stredná hodnota posunie smerom doľava k nižším hodnotám, ale dôjde aj k rozmazaniu spektra.

venujem v Dodatku C. V ňom sme ukázali, že príspevky od jednotlivých rezonancií sú nezávislé. Preto môžeme výsledné odčítané spektrum zapísať ako superpozíciu príspevkov od jednotlivých rezonancií (každá z rezonancií bude prispievať svojím Breit-Wignerovým rozdelením mínus "príchl'apok"). Tento poznatok je pre nás veľmi dôležitý, už z toho hľadiska, že pôvodne navrhnutú koncepciu Monte Carlo simulácie nie je potrebné meniť. Pre každú rezonanciu stačí pripraviť osobitnú MC simuláciu s príslušnými parametrami, a vygenerovanými bipolárnymi štruktúrami potom fitovať odčítané spektrum pripravené z experimentálnych dát.

5.3 Monte Carlo simulácia, popisujúca tvorbu a rozpad rezonancie.

K tomu aby sme dokázali zo spektra invariantných hmotností určiť počet ρ -mezónov, musíme použiť Monte Carlo simuláciu. Vlastne hneď viacero simulácií, lebo v kanáli $\pi^+\pi^-$ sa nachádzajú prinajmenšom dve ďalšie rezonancie, ktoré tiež musíme zobrať do úvahy. V podstate sa však simulácie od seba nebudú moc líšiť (s výnimkou ω , kde treba uvažovať trojčasticový rozpad), všetky budú popisovať tvorbu a rozpad danej rezonancie.

V simulácii každá udalosť pozostáva len z rozpadových produktov jednej rezonancie. Hmotnosť rezonancie je popísaná relativistickou Breit-Wignerovou formulou [10] (iba v prípade rezonancie K_S^0 , ktorá je veľmi úzka, sme použili nerelativistickú formulu). Podľa hybnostného rozdelenia, ktoré korešponduje s hybnostným rozdelením v reálnych dátach, generujeme nezávisle jej pozdĺžnu a priečnu hybnosť v ťažiskovej sústave experimentu. Pri spracovaní dát je vhodnejšie použiť ťažiskovú sústavu ako laboratórnu sústavu, lebo vnáša do systému terčik-projektyl istú symetriu. Keď je už hmotnosť aj hybnosť rezonancie vygenerovaná, necháme rezonanciu rozpadáť vo svojej pokojovej sústave, kde sa nachádza v pokoji [4]. Hybnosti jej rozpadových produktov tu budú rovnako veľké, ale opačne orientované, lebo častice vylietavajú v opačnom smere. To situáciu iba uľahčuje, lebo prakticky stačí vygenerovať len jeden vektor. S použitím zákona zachovania energie pre energie dcérskych častíc dostaneme

$$\begin{aligned} E_1^* &= \frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M} \\ E_2^* &= \frac{M^2 - m_1^2 + m_2^2}{2M} \\ |\vec{p}_1^*| &= |\vec{p}_2^*| = \sqrt{E_1^{*2} - m_1^2} \end{aligned}$$

(5.1)

kde M je hmotnosť rezonancie a m_1, m_2 sú hmotnosti dcérskych častíc.

Ak častica nie je polarizovaná, tak jej rozpad v pokojovej sústave by mal byť izotropný. Je výhodné prepísať vektor hybnosti $\vec{p}$ do sférických súradníc pomocou uhlov φ a ϑ . Rozdelenia prislúchajúce týmto uhlom určíme z podmienky izotropnosti (t.j. pravdepodobnosť, že vektor smeruje k ľubovoľnému bodu B na povrchu sféry je rovnaká)

$$p(\varphi) = \frac{1}{2\pi}$$

$$p(\vartheta) = \frac{1}{2} \sin \vartheta$$

a náhodné uhly generujeme pomocou metódy Monte Carlo.

Metóda Monte Carlo [14] umožňuje modelovať ľubovoľný proces, na ktorého priebeh vplývajú náhodné faktory. Jej princíp spočíva v náhodnom generovaní čísel pochádzajúcich z vhodne zvoleného rozdelenia. Prakticky ľubovoľné rozdelenie sa dá pripraviť pomocou formuly

$$\int_{-\infty}^{\xi} g(x) dx = \gamma$$

kde ξ je náhodná veličina s rozdelením popísaným funkciou $g(x)$, o ktorú sa zaujímate, a γ je náhodná veličina s rovnomerným rozdelením nadobúdajúca hodnoty z intervalu $< 0., 1. >$.

Takto sme vyriešili problém rozpadu rezonancie na dve častice v prípade, keď sa nachádzala v pokoji. V skutočnosti však v pokoji nie je, preto sa hybnosti dcérskych častíc musia pretransformovať z klúdovej sústavy do ťažiskovej sústavy experimentu. Pretože sa nachádzame v oblasti relativistických energií, k prechodu medzi jednotlivými sústavami sa využívajú Lorentzove transformácie. Hybnosti dcérskych častíc je výhodné rozdeliť na zložku rovnobežnú so smerom pohybu rezonancie $p_{||}$, ktorá sa transformuje a na zložku kolmú na smer pohybu rezonancie $p_{\perp}$, ktorá ostáva nezmenená [4], [5]. Potom pre hybnosť a energiu platia nasledovné transformačné vzťahy

$$\begin{aligned} p_{1||} &= \gamma p_{1||}^* + \gamma \beta E_1^* \\ p_{1\perp} &= p_{1\perp}^* \\ E_1 &= \gamma E_1^* + \gamma \beta p_{1||}^* \end{aligned} \tag{5.2}$$

kde $\beta = |\vec{p}_{rez}|/E_{rez}$ a $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ sú Lorentzove faktory.

Týmto spôsobom sme vygenerovali udalosti, pozostávajúce z dvoch dcérskych častíc, na ktoré môžeme začať aplikovať metódu miešania udalostí podobne ako sme to robili v prípade reálnych dát.

5.4 Akceptančná korekcia

Monte Carlo simulácia umožňuje vykonať akceptančnú korekciu. Totiž nie všetky častice, vznikajúce pri pp zrážkach, sú detektorom zaregistrované. Ľahko môže dôjsť k tomu, že jedna z dcérskych častíc, na ktoré sa rezonancia rozpadla, nebude zaregistrovaná. Potom v spektre invariantných hmotností bude počet rezonancií menší ako sa v skutočnosti vyprodukoval. Preto ak chceme určiť skutočný účinný prierez, musíme urobiť korekciu na akceptanciu detektora.

Korekciu sme robili pomocou akceptančných tabuliek štandardných pre experiment Na49, ktoré boli vypočítané pomocou programovacieho balíku GEANT. Pri výpočtoch sa brala do úvahy veľkosť a tvar komôr, ako aj magnetické pole v ich vnútri, ktoré zahýba dráhy nabitých častíc. K tabuľkám existuje praktické programové rozhranie, ktoré nám pri zadaní hybnosti častice v mieste terča dokáže povedať, či častica trafila detektor a ak áno, aký počet bodov zanechala v citlivom objeme jednotlivých komôr.

Tabuľky sme použili na generované častice, a ako kritérium toho, že častica bola dobre detekovaná sme zvolili limit 30 bodov. Rovnaké kritérium sme uplatnili aj na experimentálne dáta. S počtom bodov sme nechceli ísť nižšie hlavne kvôli kvalite identifikácie častíc.

V Monte Carlo simulácii teda najprv spočítame koľko rezonancií vytvorilo kladné pióny s hybnosťou spadajúcou do skúmaného hybnostného intervalu. Potom pomocou tabuliek preveríme počet bodov, ktoré častice zanechali v detektore. Ak obe dcérske častice zanechali v detektore viac než 30 bodov boli použité pri výpočte invariantných hmotností, ktoré sme ukladali do histogramu. V opačnom prípade, teda ak aspoň jedna z častíc zanechala menej ako 30 bodov, udalosť bola z ďalších výpočtov vylúčená. Udalosti, ktoré prešli kritériom sme medzi sebou miešali, podobne ako u experimentálnych dát. Výsledné odčítané spektrá od jednotlivých rezonancií (uvažujeme ρ , K_s , ω) je už možné porovnať so spektrom získaným z experimentálnych dát. Pomocou fitovania treba ich výšky nastaviť tak, aby ho čo najlepšie popisovali, čím sa určia jednotlivé multiplikatívne konštanty. Po vynásobení multiplikatívnej konštanty počtom vygenerovaných rezonancií, dostaneme priamo akceptančne korigovaný počet rezonancií, ktorých dcérske častice sa nachádzajú vo zvolenom intervale hybností.

Kapitola 6

Účinný prierez

6.1 Exkluzívne a inkluzívne procesy

Exkluzívny spôsob opisu sa používa pri experimentoch s nízkymi energiami, kde je možné každý kanál, ktorým daný proces môže prebiehať, skúmať samostatne. Energie, ktoré sú tu k dispozícii nestačia na vytvorenie väčšieho počtu častíc, preto ani počet kanálov tu nie je veľký. Exkluzívny proces možno zapísať nasledovne

$$a + b \longrightarrow c + d + \dots + f \quad (6.1)$$

Pri vysokých energiách sa silné procesy vyznačujú produkciou veľkého počtu častíc, ako aj veľkým počtom kanálov, ktorými môžu procesy prebiehať. Exkluzívny spôsob opisu používaný pri nízkych energiách tu prakticky nie je možné použiť, pretože sa stáva príliš zložitým a experimentálne neuskutočniteľným. Z tohto dôvodu je nutné ho nahradiť novým, viac vyhovujúcejším inkluzívnym popisom zrážky. Pri inkluzívnom opise sa skúma nasledovný proces

$$a + b \longrightarrow c + X \quad (6.2)$$

kde X predstavuje súbor zvyšných častíc, ktoré boli v procese vytvorené, ale pri spracovávaní sa o ne nezaujíname. Skúmajú sa všetky procesy, v ktorých bola vyprodukovaná častica c . V praxi to znamená sumáciu cez všetky exkluzívne kanály, kde sa častica daného typu nachádza. Preto kinematické vlastnosti častice c , ktoré získame pomocou inkluzívneho opisu budú strednou hodnotou jej vlastností v jednotlivých exkluzívnych kanáloch s váhami udávajúcimi mieru vkladu daného exkluzívneho procesu do skúmaného inkluzívneho procesu.

6.2 Účinný prierez

Účinný prierez môže byť vo všeobecnosti definovaný pomocou počtu interakcií daného typu, ku ktorým dochádza za časový interval v oblasti, kam dopadá zväzok nalietaujúcich častíc. Počet interakcií možno vyjadriť nasledovným vzťahom [6]

$$\Delta N_{int} = \sigma_{int} n n_b v V dt \quad (6.3)$$

kde σ_{int} je účinný prierez pre interakciu daného typu, n je hustota terča, n_b je hustota zväzku¹ a v je rýchlosť zväzku. Objem zasiahnutej oblasti terča zväzkom V sa dá vyjadriť ako súčin ožarovanej plochy terča S a jeho hrúbky λ . Počet častíc, ktoré preletia terčom za jednotku času sa potom dá napísať ako

$$\Delta N_{beam} = n_b v S dt \quad (6.4)$$

kde člen $n_b v$ vyjadruje tok nalietaujúcich častíc. Keď predchádzajúci vzťah preintegrujeme cez čas merania, dostaneme celkový počet častíc, ktoré preleteli počas merania terčíkom. Po jeho dosadení do vzťahu 6.3 môžeme účinný prierez vyjadriť v tvare

$$N_{int} = \sigma_{int} N_{beam} n \lambda \quad (6.5)$$

Doteraz definované účinné prierezy platia pre exkluzívne reakcie, ale úplne analogicky sa dajú zadefinovať aj účinné prierezy pre inkluzívne reakcie. Na reakciu typu 6.2 sa možno pozerať ako na reakciu s dvoma produktmi v koncovom stave (c a X). Podstatným rozdielom tu je, normalizácia účinného prierezu. Inkluzívny účinný prierez je normalizovaný nasledovne

$$\int d\sigma_{inc} = \frac{\sigma_{1c} + 2\sigma_{2c} + \dots n\sigma_{nc} + \dots}{\sigma_{0c} + \sigma_{1c} + \sigma_{2c} + \dots \sigma_{nc} + \dots} \cdot \sigma_{tot} = \langle n_c \rangle \sigma_{tot} \quad (6.6)$$

kde $\sigma_{0c} + \sigma_{1c} + \sigma_{2c} + \dots$ je totálny nepružný účinný prierez σ_{tot} , a veličina $\langle n_c \rangle$ vyjadruje stredný počet narodených častíc typu c pripadajúcich na jednu nepružnú zrážku. Zo vzťahu 6.6 vyplýva zaujímavý dôsledok: inkluzívny účinný prierez môže byť vďaka svojej normalizácii väčší než totálny účinný prierez.

6.3 Vyjadrenie inkluzívneho účinného prierezu pomocou účinného prierezu triggera

Experiment Na49 používa pomerne jednoduchý trigger, ktorého nastavenie sa pre protón-protónové zrážky nemení. To nám umožňuje zadefinovať novú

¹Pod hustotou n treba rozumieť počet častíc pripadajúci na jednotku objemu. Predpokladáme konštantnú hustotu terča aj zväzku.

veličinu udávajúcu celkový viditeľný účinný prierez, ktorý nazývame účinným prierezom triggera.

Účinný prierez triggera zodpovedá účinnému prierezu všetkých interakcií, pri ktorých sa uvedú detektory do činnosti. V prípade protón-protónových zrážok je triggerovacie zariadenie tvorené dvoma rýchlymi scintilačnými detektormi, nachádzajúcimi sa na osi zväzku. Prvý z nich je umiestnený pred terčom a registruje nalietaujúce protóny. Druhý je umiestnený za terčom medzi dvoma vertexovými magnetmi (viď obrázok 2.1 b). Zaznamenáva protóny, ktoré preleteli terčom bez toho aby zinteragovali. Oba detektory pracujú v antikoincidenzii.

Vychádzajúc zo vzťahu 6.5 pre účinný prierez triggeru dostaneme

$$\sigma_{trigg} = \frac{1}{\rho \lambda N_A / A} \frac{N_{trigg}}{N_{beam}} \quad (6.7)$$

kde ρ je hustota terča, λ jeho hrúbka, A je mólová hmotnosť materiálu, z ktorého je terč vyrobený, N_A Avogadrova konštanta, N_{trigg} počet triggerovaných signálov a N_{beam} celkový počet častíc zväzku, ktoré prešli terčom počas doby merania.

Ako terč sa používa nádoba s kvapalným vodíkom. Nádoba má pomerne hrubé steny, aby vydržala vysoký tlak, pod ktorým je vodík stlačený. Keďže steny sú dosť hrubé, pravdepodobnosť, že nalietaujúci protón bude s nimi interagovať nie je zanedbateľná.² Na tento efekt bola robená korekcia pomocou merania početnosti triggerovacích signálov pri prázdnom terči, kde je zaručené, že nalietaujúci protón môže interagovať len s materiálom stien nádoby. Po vykonaní korekcie a dosadení číselných hodnôt do vzťahu 6.7 dostaneme pre účinný prierez triggera hodnotu $\sigma_{trigg} = 28.9 mb$.

Účinný prierez triggera môže byť použitý pri normalizácii inkluzívnych účinných prierezov. Inkluzívny účinný prierez je definovaný vzťahom

$$\frac{d\sigma_{inc}}{d^3p} = \frac{1}{\rho \lambda N_A / A} \frac{\Delta N_{part}}{\Delta^3p} \frac{1}{N_{beam}} \quad (6.8)$$

kde ΔN_{part} udáva počet vyprodukovaných častíc daného typu v hybnostnom intervale Δ^3p . Nevýhodou takto definovaného účinného prierezu je jeho relativistická neinvariantnosť. Problém tu konkrétne predstavuje diferenciál d^3p , ktorý nie je relativistickým invariantom. Preto sa zvykne zavádzať invariantný inkluzívny účinný prierez, ktorý dostaneme zo vzťahu 6.8 po nahradení

²Vyhodnocovacie zariadenie je obvykle schopné rozpoznať takéto udalosti a vylúčiť ich z ďalšieho spracovania.

d^3p relativisticky invariantným elementom fázového objemu $d^3p/2E$

$$E \frac{d\sigma_{inc}}{d^3p} = \frac{1}{\rho\lambda N_A/A} E \frac{\Delta N_{part}}{\Delta^3p} \frac{1}{N_{beam}} \quad (6.9)$$

Pri analýze dát vychádzame zo súboru obsahujúceho jednotlivé namerané udalosti. Ak predpokladáme, že každému triggerovaciemu signálu zodpovedá jedna zaznamenaná udalosť, potom môžeme rovnice 6.8 a 6.9 prepísať pomocou účinného prierezu triggera do tvaru

$$\frac{d\sigma_{inc}}{d^3p} = \frac{\Delta N_{part}}{\Delta^3p} \frac{1}{N_{event}} \sigma_{trigg} \quad (6.10)$$

$$E \frac{d\sigma_{inc}}{d^3p} = E \frac{\Delta N_{part}}{\Delta^3p} \frac{1}{N_{event}} \sigma_{trigg} \quad (6.11)$$

Ale v skutočnosti nie všetky udalosti, pri ktorých trigger vyšle signál že došlo k interakcii, sú zaznamenané na pásku [13]. Napríklad môže nastať situácia, keď všetky častice vyprodukované pri reakcii letia mimo oblasť akceptancie detektora a v komorách experimentu nie je registrovaná žiadna častica, alebo udalosť je natoľko chaotická, že sa nepodariť naftovať poloha primárneho vertexu. Preto udalosti tohto typu sú z ďalšieho spracovávaní vylúčené (predstavujú približne 20% z celkového množstva udalostí). Z toho vyplýva, že účinný prierez triggera vystupujúci v rovniciach 6.10 a 6.11 treba ešte násobiť faktorom 0.8, aby boli oba vzťahy korektné.

Kapitola 7

Určenie diferenciálneho účinného prierezu ρ rezonancie

V Dodatku B sme ukázali, že metóda miešania udalostí vedie k správnej reprodukcii pozadia iba ak sa fixuje hybnostný interval aspoň jednej z dcérskych častíc rezonancie. Takýmto spôsobom je možné merať len počet rezonancií, ktorých rozpadové produkty sa nachádzajú v istom hybnostnom intervale. Nie však samotný počet rezonancií nachádzajúcich sa v zvolenom intervale hybností. Dopracovať sa k tejto podstatne dôležitejšej fyzikálnej veličine je pomerne zložitá úloha.

7.1 Rozdelenie v hybnostiach

V Monte Carlo simulácii sa najprv vygeneruje hybnosť rezonancie na základe rozdelenia v priečných hybnostiach $\rho_\rho(p_T)$ a v pozdĺžnych hybnostiach $\rho_\rho(x_F)$.¹ Od tohto hybnostného rozdelenia rezonancie potom závisia aj hybnostné rozdelenia jej rozpadových produktov $\rho_\pi(x_F)$. Korektný spôsob, ktorým by sa dalo dopracovať k diferenciálnemu účinnému prierezu $d\sigma/dx_F$, spočíva v nájdení inverznej transformácie, pomocou ktorej by sa dalo prejsť od hybnostného rozdelenia dcérskych častíc k rozdeleniu materskej častice. Nájdenie inverznej transformácie však predstavuje pomerne komplikovaný problém. Preto sme sa rozhodli pre menej náročné riešenie.

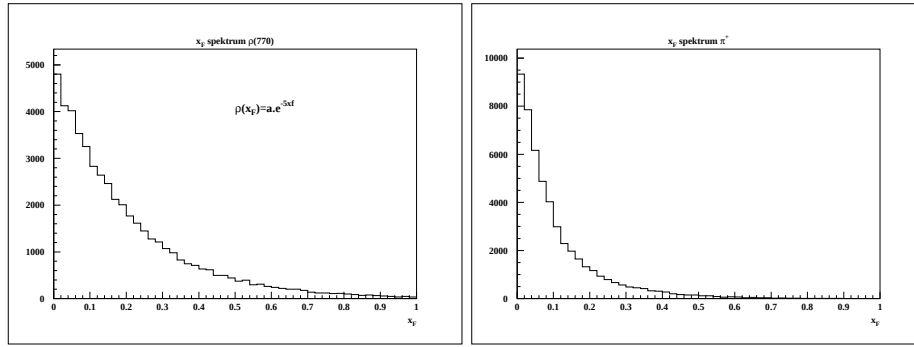
Keďže sa pri miešaní vždy fixuje hybnostný interval jednej z dcérskych častíc (konkrétne π^+), predpokladali sme, že stredná hodnota hybnosti materskej častice bude zodpovedať dvojnásobku strednej hybnosti dcérskej čas-

¹ Tieto rozdelenia nám na začiatku simulácie nie sú známe.

tice v danom hybnostnom intervale, lebo rozpadové produkty sú čo sa týka hmotnosti rovnaké. Preto môžeme napísať

$$x_F(\pi^+) \in (x_{F1}, x_{F2}) \implies x_F(\rho) \in (2x_{F1}, 2x_{F2})$$

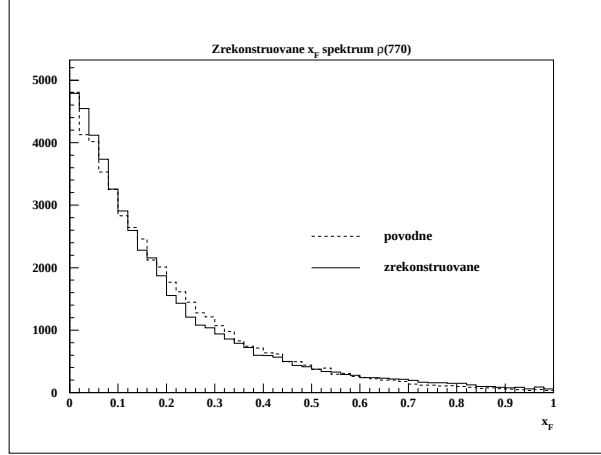
Platnosť tejto hypotézy sme si najprv overili na samotnej Monte Carlo simulácii. Postupne sme zadávali rôzne typy rozdelení rezonancie v pozdĺžnych hybnostiach a sledovali sme, či tvar jej spätne reprodukovateľného rozdelenia z rozdelenia piónov je v zhode s pôvodným. Dospeli sme k záveru, že metóda je použiteľná iba v prípade prudko klesajúcich rozdelení. V prípade rovnomerného alebo len mierne klesajúceho rozdelenia metóda dáva výsledky inklinujúce k strmšie klesajúcim rozdeleniam.



Obrázok 7.1: Rozdelenie rezonancie v x_F generované v MC simulácii (obrázok vľavo). Rozdelenie rozpadových produktov rezonancie v x_F (obrázok vpravo).

Jedno z možných hybnostných rozdelení rezonancie je zobrazené na obrázku 7.1 vľavo. Zvolili sme exponenciálnu závislosť, ktorá docela dobre vystihuje reálne rozdelenie x_F väčšiny mezónových rezonancií. Na obrázku 7.1 vpravo je rozdelenie kladných piónov, ktoré bolo použité pri spätnej rekonštrukcii rozdelenia rezonancie (viď obrázok 7.2). Ako vidíme získané rozdelenie je v docela dobrej zhode s pôvodným rozdelením rezonancie.

K výpočtu diferenciálneho účinného prierezu $d\sigma/dx_F$ potrebujeme poznať rozdelenie rezonancie v hybnosti. Vychádzali sme z rozdelení ρ a ω nameraných na EHS spektrometri pri $400\text{GeV}/c$ pp -zrážkach. V prípade K_S^0 sme použili hybnostné spektrá namerané priamo experimentom *Na49*. Rozdelenia všetkých troch rezonancií sú dostatočne strmé nato, aby sme mohli použiť spomínanú metódu. Generovali sme rezonancie s Gaussovským roz-



Obrázok 7.2: Zrekonštruované rozdelenie rezonancie v x_F .

delením v priečnej hybnosti

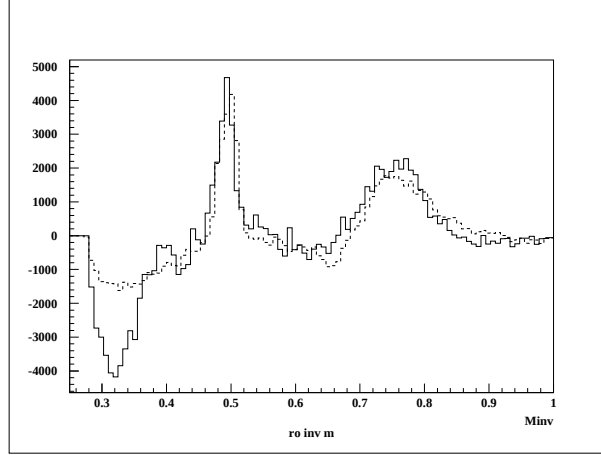
$$\frac{d\sigma}{dp_T^2} \sim e^{-\alpha p_T^2} \quad (7.1)$$

<i>rezonancia</i>	$\alpha(\text{GeV}/c)^{-2}$
$\rho^0(770)$	2.6
$\omega(783)$	2.3
$K_S^0(498)$	5.0

Tabuľka 7.1: Sklon rozdelenia $d\sigma/dp_T^2$ pre mezóny.

K správne mu spektru rezonancie v pozdĺžnej hybnosti sa dopracujeme pomocou iteračnej procedúry. Na začiatku vychádzame z už spomínaného rozdelenia v x_F . Zrátame počet rezonancií n_ρ vygenerovaných v jednotlivých hybnostných binoch korigovaných na akceptanciu. Na základe fitovania odčítaných invariantných hmotnostných spektier generovanými spektrami (používame metódu χ^2 [15], fit možno vidieť na obrázku 7.3) získame hodnoty koeficientov C , ktoré udávajú násobok o aký sa líšia počty vygenerovaných rezonancií od počtov reálne vyprodukovaných rezonancií v daných hybnostných binoch.² Z nich vypočítame skutočný počet rezonancií a tiež aj

²Ak rozdelenie použité v simulácii súhlasí s rozdelením hybností rezonancie v expe-



Obrázok 7.3: Fit "odčítaného" spektra invariantných hmotností, $x_F \in (0.; 0.05)$. (Plná čiara zodpovedá experimentálnym dátam, prerušovaná čiara generovaným dátam.)

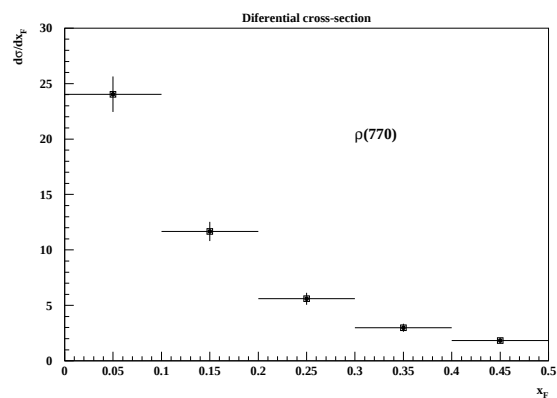
inkluzívne účinné prierezy. Takto získané hodnoty použijeme ako vstup do simulácie. S novým rozdelením v hybnostiach môžeme previesť druhú iteráciu. Tento postup opakujeme až kým rozdelenie nebude stabilné. Ukázalo sa, že obyčajne po dvoch až troch iteráciách procedúra skonverguje k stabilnému riešeniu. Výsledné účinné prierezy ρ a K_S^0 v závislosti od Feynmanovského x sú na grafoch 7.4 a 7.5. Popisujú oblasť doprednej hemisféry $x_F > 0$. Keďže systém $\pi^+\pi^-$ je symetrický, nie je potrebné merať inkluzívne účinné prierezy v zadnej hemisfére, kde pre nízku akceptanciu pióny rýchlo strácame.

Rozdelenie v pozdĺžnej hybnosti (v x_F) namerané na EHS nie celkom popisuje rozdelenie ρ rezonancie v našom experimente, ktoré sme získali použitím iteračnej metódy. Obe rozdelenia síce pomerne dobre súhlasia v oblastiach s väčšími pozdĺžnymi hybnosťami, ale v binoch $x_F \rightarrow 0$ sa v našom prípade vyprodukuje menej rezonancií ako u nich. Príčinou je energetická závislosť $d\sigma/dx_F$.³ Pozorovaný tvar spektra pozdĺžnych hybností zhruba zodpovedá fyzikálnym očakávaniam, pretože Feynmanovo škálovanie platí pre väčšie x_F a nie v strede okolo nuly.

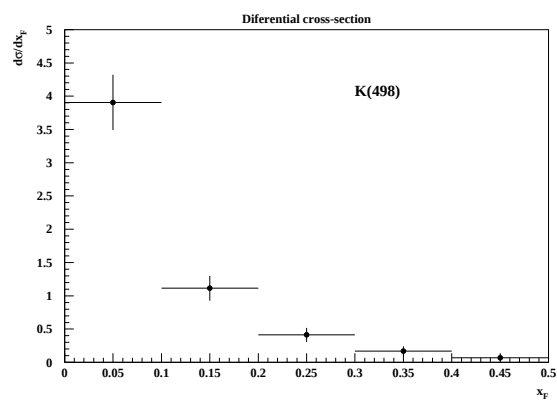
Ani v prípade K_S^0 rozdelenie v pozdĺžnych hybnostiach nie je v zhode s tým, čo sme pozorovali. Tentokrát je však príčina v rekonštrukčnom software. Doba života K_S^0 je dosť dlhá nato, aby stihol prekonať dostatočnú

rimente, tak by sa hodnoty koeficientov C v jednotlivých hybnostných intervaloch mali zhodovať.

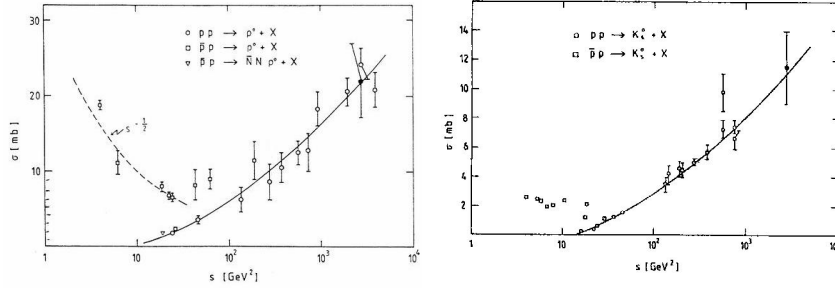
³Experiment Na49 pracuje pri nižších energiách (okolo 158GeV) ako EHS.



Obrázok 7.4: Závislosť $d\sigma/dx_F$ ρ rezonancie.



Obrázok 7.5: Závislosť $d\sigma/dx_F$ K_S^0 rezonancie.



Obrázok 7.6: Totálny účinný prierez ρ -mezónu (vľavo) a K_S^0 (vpravo) v rôznych hadrónových interakciách ako funkcia energie $\sqrt{s}$ [8].

vzdialenosť a jeho sekundárny vertex mohol byť zaregistrovaný. Aj napriek tomu približne v 20-tich percentách prípadoch dochádza k nesprávnemu nafitovaniu piónových párov pochádzajúcich z rozpadu K_S^0 na primárny vertex [12] (ak sú fitované separátne, táto pravdepodobnosť rastie až na 40%). My v našej analýze pracujeme s časticami vyprodukovanými priamo pri zrážke (t.j. s časticami vylietavajúcimi priamo z primárneho vertexu), takže piónové páry tvoriace kaónový rezonančný pík v spektre invariantných hmotností majú nepresne určené hybnosti a spektrum K_S^0 je preto deformované.

V prípade ω , ktorá sa rozpadá na tri častice, je situácia komplikovanejšia. Ukazuje sa, že analogické priblíženie hybnosti $\bar{x}_F(\omega) \approx 3\bar{x}_F(\pi^+)$ aké sme urobili u ρ a K_S^0 rezonancií sa tu nemôže použiť, lebo celková hybnosť materskej častice sa môže rozdeliť medzi rozpadové produkty veľmi nerovnomerne. Pri použití iteratívnej procedúry nastávajú problémy s konvergenciou. Hybnostné rozdelenie ω sa nám teda zistiť nepodarilo, a tak sme určili aspoň jej totálny účinný prierez, ktorý od hybnostného rozdelenia v konečnom dôsledku nezávisí, lebo sa prevádza sumácia cez všetky jednotlivé biny x_F . Musíme ale podotknúť, že určovanie účinného prierezu rezonancie iba na základe jej reflexie do dvojčasticového stavu je z fyzikálneho hľadiska dosť neobvyklé.

7.2 Porovnanie s výsledkami iných experimentov

Pri vysokých energiách merania diferenciálnych účinných prierezov vektorových a tenzorových mezónov nie sú dostačujúce. Pre porovnanie spektier mezónov do úvahy neprichádzajú ani experimenty vykonané na EHS spektrometri, pretože spektrá sú energeticky závislé (EHS merania boli prevedené pri vyššej energii $\sqrt{s} = 27.5 \text{ GeV}$ než je naša $\sqrt{s} = 17.2 \text{ GeV}$).

Preto sa obmedzíme len na porovnanie totálnych účinných prierezov, s prierezmi nameranými v iných experimentoch pri rôznych energiách.

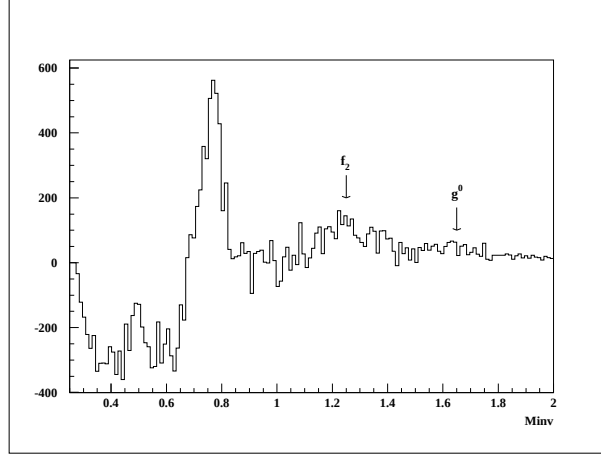
<i>rezonancia</i>	$\sigma_{tot}(mb)$	$\sigma'_{tot}(mb)$
$\rho^0(770)$	9.8 ± 0.4	10.0
$\omega(783)$	4.7 ± 0.8	—
$K_S^0(498)$	1.1 ± 0.1	5.2

Tabuľka 7.2: Totálny účinný prierez σ_{tot} rezonancií. Pre porovnanie sú uvedené aj hodnoty σ'_{tot} odčítané z grafu 7.6.

Na obrázku 7.6 je znázornená energetická závislosť totálneho účinného prierezu ρ^0 mezónu pri rôznych hadrónových interakciách. Oblasti energií, v ktorej sa nachádza náš experiment, zodpovedá približne hodnota $10mb$. Ako vidíme, naše výsledky (uvedené v tabuľke 7.2) sú v celkom dobrej zhode s výsledkami ostatných experimentov.⁴

Podobne je tomu aj v prípade K_S^0 rezonancie. Hodnota totálneho účinného prierezu sa síce pohybuje okolo $5.2mb$ (viď obrázok 7.6), čo je približne päťkrát viac ako nám vyšlo. Ale keď uvažíme, že naše dáta obsahujú približne len 20 percent z celkového počtu K_S^0 , hodnota ktorú sme dostali sa javí byť docela rozumná.

Aj napriek všetkým snahám sa nám nepodarilo dopátrať k hodnote totálneho účinného prierezu ω zodpovedajúcej energii nášho experimentu. Na základe nájdených informácií o jej meraniach v pp a $\bar{p}p$ reakciách pri iných energiách usudzujeme, že hodnota $\sigma_{tot}(\omega)$ sa pohybuje zhruba na úrovni $\sigma_{tot}(\rho)$. Pravdepodobne nám vyšla o čosi menšia, ale bližšie to upresniť nevieme. Musíme podotknúť, že určovanie účinného prierezu rezonancie, rozpadajúcej sa na tri častice, len na základe jej reflexie v dvojčasticovom spektre je mimoriadne náročné. Korektne by sa mala hodnota účinného prierezu určovať na základe invariantného hmotnostného spektra $\pi^+\pi^-\pi^0$. Pôvodne však bola ω zavedená len na spresnenie fitu ρ mezónu, a preto je podstatné, že vypočítaná hodnota jej totálneho účinného prierezu rádovo sedí.



Obrázok 7.7: Odčítané spektrum invariantných hmotností. Na pióny bolo použité nasledovné ohraňenie v hybnostiach $x_F \in (0.15; 0.2)$, $p_T \geq 0.4 \text{ GeV}/c$.

7.3 Vplyv ďalších rezonancií

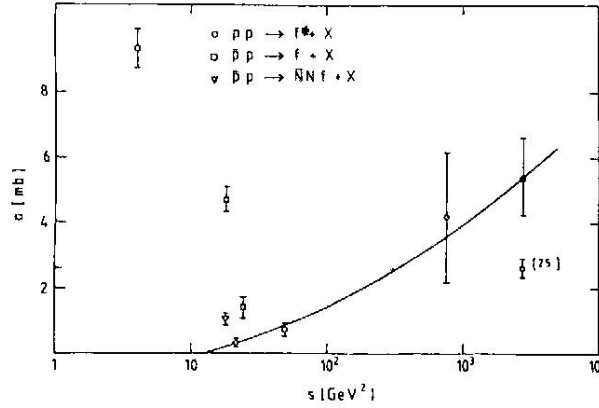
Výsledky, ktoré sme prezentovali v predchádzajúcej kapitole vychádzajú z predpokladu, že v kanáli $\pi^+\pi^-$ sa nachádzajú len rezonancie ρ , ω , K_s^0 . V skutočnosti však v tomto kanáli existujú aj vyššie rezonancie ako napríklad $f_0^0(980)$, $f_2^0(1270)$, g^0 , ..., ďalej nižšie rezonancie ako η , rozpadajúca sa na tri častice, alebo dokonca baryónové rezonancie rozpadajúce sa trojčasticovým kanálom $N\pi^+\pi^-$, ktoré tiež prispievajú do rozdelenia invariantných hmotností.

Náznaky toho, že vyššie rezonancie sú v spektre prítomné možno vidieť na obrázku 7.7 (v oblasti 1200 MeV je výraznejší pík od f_2 a okolo 1700 MeV sa črtá malý kopček zodpovedajúci g^0). Na dáta sme tu aplikovali dolné ohraňenie na priečnu hybnosť, čím sme zvýraznili vyššie rezonancie, ktorých rozdelenie v p_T má miernejší sklon než rozdelenie u nižších rezonancií. Tieto rezonancie môžu mať vplyv na doteraz prezentované výsledky a s najväčšou pravdepodobnosťou sú zodpovedné aj za hlbokú diery pri energetickom prahu (viď obrázok 7.3).⁵

V doterajších výpočtoch vyššie rezonancie zohľadnené neboli, pretože

⁴Pri výpočte chýb účinných prierezov neboli zohľadnené systematické chyby samotnej metódy miešania udalostí, ktorá bola pri extrakcii rezonancií použitá. Systematické chyby metódy sa odhadujú zhruba na 20% – 30% [11].

⁵Ďalšia z možností vysvetľujúca prítomnosť diery je, že predpoklad o úplne nekorelovanom pozadí, o ktorý sa vo výpočtoch opierame, nie je celkom splnený.



Obrázok 7.8: Totálny účinný prierez f_2 rezonancie v rôznych hadrónových interakciách ako funkcia energie $\sqrt{s}$ [8].

ich je relatívne veľa a navyše ich početnosti sú nízke. Zahrnutie týchto rezonancií do fitu by mohlo spôsobiť jeho nestabilitu. Ich vplyv preto nemôžeme ohodnotiť, ale vychádzajúc z tvaru ich odčítaných spektier, ktoré je možné získať z Monte Carlo simulácie, možno usúdiť, že účinné prierezy uvažovaných rezonancií sú pravdepodobne trochu podhodnotené.

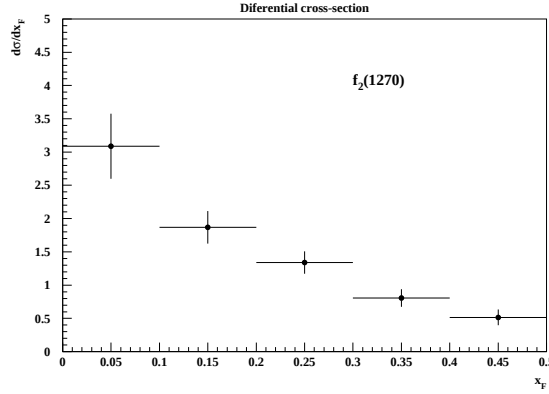
7.4 Zahrnutie rezonancie $f_2(1270)$

Ako sme už spomínali zahrnutie ďalších rezonancií do fitu predstavuje isté riziko. Čím viac voľných parametrov je pri fite použitých, tým lepšie je spektrum popísané. Ale na druhej strane fit stráca svoju vypovedaciu hodnotu.

rezonancia	$\sigma_{tot}(mb)$	$\sigma_{tot}^i(mb)$
$\rho^0(770)$	9.5 ± 0.4	10.0
$\omega(783)$	3.5 ± 0.7	—
$K_S^0(498)$	1.1 ± 0.1	5.2
$f_2(1270)$	1.7 ± 0.1	2.5

Tabuľka 7.3: Totálny účinný prierez σ_{tot} rezonancií. Pre porovnanie sú uvedené aj hodnoty σ_{tot}^i odčítané z grafov 7.6 a 7.8.

Pretože f_2 je v spektre invariantných hmotností v poradí štvrtou najvý-



Obrázok 7.9: Závislosť $d\sigma/dx_F$ f_2 rezonancie.

raznejšie zastúpenou rezonanciou, rozhodli sme sa vyskúšať začleniť ju do fitu. Hodnoty totálnych účinných prierezov (uvedené v tabuľke 7.3), ktoré sme takto získali, sú ešte stále v pomerne dobrej zhode s očakávanými hodnotami. Vpodstate sa len málo líšia od hodnôt získaných z trojčasticového fitu.

Samotný totálny účinný prierez f_2 rezonancie sa nachádza mierne pod predpovedanou hodnotou $2.5mb$, ktorá zodpovedá na grafe 7.8 energii nášho experimentu. Ale ako možno vidieť graf obsahuje len málo bodov, zaťažených pomerne veľkými chybami, takže skutočná hodnota sa môže výraznejšie líšiť.

Okrem totálneho účinného prierezu f_2 rezonancie sa nám podarilo určiť aj jej závislosť diferenciálneho účinného prierezu od Feynmanovského x (viď obrázok 7.9).

Kapitola 8

Záver

Táto práca sa zaoberá štúdiom vysokoenergetických hadrónových zrážok, konkrétne produkciou rezonancií v protón-protónových zrážkach v experimente Na49. Hlavným cieľom bolo preverenie aplikovateľnosti metódy miešania udalostí u nižších rezonancií.

V prvom kroku sme pomocou jednoduchého štatistického modelu ukázali, že metóda miešania, ktorá bola použitá na extrakciu mezónových rezonancií kolaboráciou SFM, nevedie k správnej reprodukcii pozadia.

V druhom kroku sme navrhli nový spôsob miešania so selekčnými kritériami, ktorý sa ukázal byť vhodným pre široké rezonancie. Keďže v kanáli $\pi^+\pi^-$ sa nachádza viacero blízko seba ležiacich a navzájom sa ovplyvňujúcich rezonancií, pri výpočtoch sa museli uvažovať hneď tri rezonancie: ρ , K_S^0 a ω . Pomocou nie veľmi zložitého simulačného programu, popisujúceho tvorbu a rozpad rezonancie, sme dokázali z experimentálnych dát extrahovať počty rezonancií a určiť ich účinné prierezy.

Získané hodnoty totálnych účinných prierezov sme porovnali s už existujúcimi meraniami. Ukázalo sa, že väčšinou sú v dobrom súlade. Okrem toho sa nám podarilo získať spektrá rezonancií ρ a K_S^0 v pozdĺžnej hybnosti.

Na záver môžem skonštatovať, že metóda miešania udalostí sa u nižších mezónových rezonancií osvedčila a verím, že v budúcnosti sa bude dať použiť aj na vyhľadávanie vyšších rezonancií.

Dodatok A

Štatistický model

Všeobecne tvar spektra invariantných hmotností môžeme vyjadriť pomocou spektra hybností. Kvôli jednoduchosti nášho modelu budeme uvažovať len pozdĺžne zložky hybností, priečne zložky zanedbávame. Ak $\rho(\pi^+)$ je rozdelenie pozdĺžnych hybností kladných piónov a $\rho(\pi^-)$ je rozdelenie pozdĺžnych hybností záporných piónov, potom pre rozdelenie invariantných hmotností bude platiť vzťah

$$\rho(m) = \int d\pi^+ d\pi^- C(m; \pi^+, \pi^-) \rho(\pi^+) \rho(\pi^-)$$

kde $C(m; \pi^+, \pi^-)$ je jadro operátora, ktorý po preintegrovaní prerába hybnosti častíc na invariantnú hmotnosť. Aby boli zápisy stručnejšie, píšem namiesto pozdĺžnej hybnosti ako argument integrácie len π^+ a π^- .

Kladné a záporné pióny vyprodukované v pp zrážkach, môžeme rozdeliť do dvoch skupín. Do prvej skupiny budú patriť pióny pochádzajúce z rozpadu rezonancie. Charakteristiky týchto častíc budeme značiť dolným indexom ρ , napríklad n_ρ . Do druhej skupiny budú patriť pozadové pióny. Ich charakteristiky budú značené vlnovkou, napríklad $\tilde{n}_{\pi^+}$.

Teraz môžeme prejsť k zapísaniu rozdelenia invariantných hmotností

$$\begin{aligned} \rho(m) = & \int d\pi^+ d\pi^- C(m; \pi^+, \pi^-) \sum_{n_\rho, n_{\pi^+}, n_{\pi^-}} Pr(n_\rho, \tilde{n}_{\pi^+}, \tilde{n}_{\pi^-}) \{ \\ & n_\rho Pr(\pi_\rho^+ \wedge \pi_\rho^- | n_\rho, \tilde{n}_{\pi^+}, \tilde{n}_{\pi^-}) + \\ & n_\rho(n_\rho - 1) Pr(\pi_\rho^+, \pi_\rho^- | n_\rho, \tilde{n}_{\pi^+}, \tilde{n}_{\pi^-}) + \\ & n_\rho \tilde{n}_{\pi^-} Pr(\pi_\rho^+, \tilde{\pi}^- | n_\rho, \tilde{n}_{\pi^+}, \tilde{n}_{\pi^-}) + \\ & \tilde{n}_{\pi^+} n_\rho Pr(\tilde{\pi}^+, \pi_\rho^- | n_\rho, \tilde{n}_{\pi^+}, \tilde{n}_{\pi^-}) + \\ & \tilde{n}_{\pi^+} \tilde{n}_{\pi^-} Pr(\tilde{\pi}^+, \tilde{\pi}^- | n_\rho, \tilde{n}_{\pi^+}, \tilde{n}_{\pi^-}) \} \end{aligned}$$

(A.1)

V tomto výraze $Pr(n_\rho \tilde{n}_{\pi^+} \tilde{n}_{\pi^-})$ zodpovedá pravdepodobnosti, že v udalosti vzniklo n_ρ ρ -rezonancií, $\tilde{n}_{\pi^+}$ kladných a $\tilde{n}_{\pi^-}$ záporných pozadových piónov. Ďalej sa tu používajú podmienené pravdepodobnosti, napríklad $Pr(\tilde{\pi}^+, \tilde{\pi}^- | n_\rho \tilde{n}_{\pi^+} \tilde{n}_{\pi^-})$ je pravdepodobnosť, že v udalosti s n_ρ , $\tilde{n}_{\pi^+}$, $\tilde{n}_{\pi^-}$ piónmi bude mať kladný pozadový pión hybnosť π^+ a záporný pozadový pión hybnosť π^- .

Jednotlivé členy rovnice predstavujú príspevky od jednotlivých piónových párov. Dohromady tu máme päť možností:

1. oba pióny pochádzajú z rozpadu tej istej rezonancie (dávajú n_ρ príspevkov do spektra),
2. oba pióny pochádzajú z rôznych rezonancií (dávajú $n_\rho(n_\rho - 1)$ príspevkov do spektra),
3. kladný pión pochádza z rezonancie a záporný z pozadia (dávajú $n_\rho \tilde{n}_{\pi^-}$ príspevkov do spektra),
4. kladný pión pochádza z pozadia a záporný z rezonancie (dávajú $\tilde{n}_{\pi^+} n_\rho$ príspevkov do spektra),
5. oba pióny pochádzajú z pozadia (dávajú $\tilde{n}_{\pi^+} \tilde{n}_{\pi^-}$ príspevkov do spektra).

Podobným spôsobom sa môže zapísať spektrum pre miešané dvojice. Sú tu štyri možné kombinácie (narozdiel od nemiešaného spektra kombinácia, v ktorej obe častice pochádzajú z rozpadu tej istej rezonancie automaticky vypadáva). Udalosti sú navzájom nezávislé a preto možno príslušné pravdepodobnosti zapísať ako súčin pravdepodobností, vzťahujúcich sa na jednu udalosť. Ak uvážime tieto fakty dostaneme nasledovný všeobecný výraz

$$\begin{aligned} \rho_{mix}(m) = & \int d\pi^+ d\pi^- C(m; \pi^+, \pi^-) \sum_{n_{1\rho} n_{1\pi^+} n_{1\pi^-}} \sum_{n_{2\rho} n_{2\pi^+} n_{2\pi^-}} \{ \\ & Pr(n_{1\rho} \tilde{n}_{1\pi^+} \tilde{n}_{1\pi^-}) Pr(n_{2\rho} \tilde{n}_{2\pi^+} \tilde{n}_{2\pi^-}) [\\ & n_{1\rho} n_{2\rho} Pr(\pi_\rho^+ | n_{1\rho} \tilde{n}_{1\pi^+} \tilde{n}_{1\pi^-}) Pr(\pi_\rho^- | n_{2\rho} \tilde{n}_{2\pi^+} \tilde{n}_{2\pi^-}) + \\ & n_{1\rho} \tilde{n}_{2\pi^-} Pr(\pi_\rho^+ | n_{1\rho} \tilde{n}_{1\pi^+} \tilde{n}_{1\pi^-}) Pr(\tilde{\pi}^- | n_{2\rho} \tilde{n}_{2\pi^+} \tilde{n}_{2\pi^-}) + \\ & \tilde{n}_{1\pi^+} n_{2\rho} Pr(\tilde{\pi}^+ | n_{1\rho} \tilde{n}_{1\pi^+} \tilde{n}_{1\pi^-}) Pr(\pi_\rho^- | n_{2\rho} \tilde{n}_{2\pi^+} \tilde{n}_{2\pi^-}) + \\ & \tilde{n}_{1\pi^+} \tilde{n}_{2\pi^-} Pr(\tilde{\pi}^+ | n_{1\rho} \tilde{n}_{1\pi^+} \tilde{n}_{1\pi^-}) Pr(\tilde{\pi}^- | n_{2\rho} \tilde{n}_{2\pi^+} \tilde{n}_{2\pi^-})] \} \end{aligned} \quad (A.2)$$

Ak chceme zo všeobecných výrazov pre pôvodné a miešané spektrum získať nejaké bližšie informácie o tvare spektier musíme použiť zjednodušujúce predpoklady. Tieto predpoklady budú úzko súvisieť s rozdelením pozdĺžnych hybností jednotlivých častíc.

1. Spektrá v pozdĺžnej hybnosti nezávisia od počtu vyprodukovaných častíc.
2. Hybnostné rozdelenia kladných a záporných piónov sú nezávislé pre všetky kombinácie častíc, okrem párov častíc, pochádzajúcich z rozpadu tej istej rezonancie.

Za platnosti týchto predpokladov môžeme napísať

$$\Pr(\tilde{\pi}^+, \tilde{\pi}^- | n_\rho \tilde{n}_{\pi^+} \tilde{n}_{\pi^-}) = \tilde{\rho}(\pi^+) \tilde{\rho}(\pi^-)$$

a podobné výrazy budú platiť pre všetky ostatné kombinácie s výnimkou rozdelenia piónov pochádzajúcich z rozpadu ρ mezónu

$$\Pr(\pi_\rho^+ \wedge \pi_\rho^- | n_\rho \tilde{n}_{\pi^+} \tilde{n}_{\pi^-}) = \rho_\rho(\pi^+, \pi^-)$$

Prvý predpoklad v realite asi úplne splnený nebude. Druhý predpoklad vyzerá už dôveryhodnejšie, lebo pióny obvykle nemajú veľké pozdĺžne hybnosti, a teda by ich rozdelenia nemuseli byť až tak korelované.

Po presumovaní cez hluché indexy dostaneme

$$\begin{aligned} \rho(m) = & \int d\pi^+ d\pi^- C(m; \pi^+, \pi^-) \{ \\ & \sum_{n_\rho} Pr(n_\rho) n_\rho \rho_\rho(\pi^+, \pi^-) + \\ & \sum_{n_\rho} Pr(n_\rho) n_\rho (n_\rho - 1) \rho_\rho(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-) + \\ & \sum_{\tilde{n}_{\pi^+} \tilde{n}_{\pi^-}} Pr(\tilde{n}_{\pi^+}, \tilde{n}_{\pi^-}) \tilde{n}_{\pi^+} \tilde{n}_{\pi^-} \tilde{\rho}(\pi^+) \tilde{\rho}(\pi^-) + \\ & \sum_{n_\rho \tilde{n}_{\pi^-}} Pr(n_\rho, \tilde{n}_{\pi^-}) n_\rho \tilde{n}_{\pi^-} \rho_\rho(\pi^+) \tilde{\rho}(\pi^-) + \\ & \sum_{\tilde{n}_{\pi^+} n_\rho} Pr(n_\rho, \tilde{n}_{\pi^+}) \tilde{n}_{\pi^+} n_\rho \tilde{\rho}(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-) \} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Rovnakým spôsobom pre miešané spektrum dostaneme

$$\begin{aligned}
\rho_{mix}(m) = & \int d\pi^+ d\pi^- C(m; \pi^+, \pi^-) \{ \\
& \sum_{n_{1\rho} n_{2\rho}} Pr(n_{1\rho}) Pr(n_{2\rho}) n_{1\rho} n_{2\rho} \rho_\rho(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-) + \\
& \sum_{n_{1\rho} \tilde{n}_{2\pi^-}} Pr(n_{1\rho}) Pr(\tilde{n}_{2\pi^-}) n_{1\rho} \tilde{n}_{2\pi^-} \rho_\rho(\pi^+) \tilde{\rho}(\pi^-) + \\
& \sum_{\tilde{n}_{1\pi^+} n_{2\rho}} Pr(\tilde{n}_{1\pi^+}) Pr(n_{2\rho}) \tilde{n}_{1\pi^+} n_{2\rho} \tilde{\rho}(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-) + \\
& \sum_{\tilde{n}_{1\pi^+} \tilde{n}_{2\pi^-}} Pr(\tilde{n}_{1\pi^+}) Pr(\tilde{n}_{2\pi^-}) \tilde{n}_{1\pi^+} \tilde{n}_{2\pi^-} \tilde{\rho}(\pi^+) \tilde{\rho}(\pi^-) \}
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Aby sme z posledných dvoch rovníc po odčítaní dostali rozumný výsledok, je nutné aby počty kladných a záporných piónov neboli korelované. Teda aby platilo

$$Pr(\tilde{n}_{\pi^+} \tilde{n}_{\pi^-}) = Pr(\tilde{n}_{\pi^+}) Pr(\tilde{n}_{\pi^-})$$

Žiaľ tento predpoklad pravdepodobne asi splnený nebude (napríklad ak sa požadové pióny rodia v pároch kvôli zachovaniu elektrického náboja). Ak by však aspoň v rozumnej miere splnený bol, vyhli by sme sa komplikovanému miešaniu v multiplicitách pionov.

Za tohto predpokladu bude väčšina členov v pôvodnom a v miešanom spektre rovnaká, a pri ich odčítaní sa navzájom vyrušia

$$\begin{aligned}
\rho(m) - \rho_{mix}(m) = & \int d\pi^+ d\pi^- C(m; \pi^+, \pi^-) \{ \\
& \sum_{n_\rho} Pr(n_\rho) n_\rho \rho_\rho(\pi^+, \pi^-) + \\
& \sum_{n_\rho} Pr(n_\rho) n_\rho (n_\rho - 1) \rho_\rho(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-) - \\
& \sum_{n_{1\rho} n_{2\rho}} Pr(n_{1\rho}) Pr(n_{2\rho}) n_{1\rho} n_{2\rho} \rho_\rho(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-) \}
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Po presumovaní cez počty rezonancií n_ρ tvar odčítaného spektra bude

$$\begin{aligned}
\rho(m) - \rho_{mix}(m) = & \int d\pi^+ d\pi^- C(m; \pi^+, \pi^-) \{ \\
& < n_\rho > \rho_\rho(\pi^+, \pi^-) + [\sigma_{n_\rho}^2 - < n_\rho >] \rho_\rho(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-) \}
\end{aligned} \tag{A.6}$$

kde $\langle n_\rho \rangle$ sme označili stredný počet vyprodukovaných ρ -mezónov a $\sigma_{n_\rho}^2$ ich strednú kvadratickú odchýlku. Ak by bolo rozdelenie pravdepodobností $Pr(n_\rho)$ ρ -mezónov Poissonovské, tak by člen v hranatej zátvorke bol nulový. Ostal by len prvý člen popisujúci spektrum rozpadových produktov rezonancie, tak po preintegrovaní by sme dostali priamo Breit-Wignerovo rozdelenie

$$\rho(m) - \rho_{mix}(m) = \langle n_\rho \rangle BW_\rho(m)$$

To by znamenalo, že počet vyprodukovaných rezonancií by sa dal určiť aj bez Monte Carlo simulácie. Stačilo by len navzájom odčítať pôvodné a miešané spektrá, bez uplatnenia akýchkoľvek selekčných kritérií, a priamo by vyšlo Breit-Wignerovo rozdelenie pre ρ -mezón, z ktorého by sa po ofitovaní ľahko dal určiť počet rezonancií.

Dodatok B

Štatistický model so selekčnými kritériami

Keďže sa ukázalo, že prinajmenšom tretí predpoklad z Dodatku A nie je splnený (počty kladných a záporných piónov sú silne korelované), sme nútený pôvodný model mierne modifikovať. Potrebujeme sa zbaviť tejto korelácie. Jeden spôsob by bol zafixovať celkový počet kladných piónov v udalostiach

$$N_{\pi^+} = n_\rho + \tilde{n}_{\pi^+} = \text{const}$$

Pretože konštanta je vždy nekorelovaná, bezproblémov môžeme medzi sebou miešať častice pochádzajúce z udalosti s rovnakou multiplicitou π^+ .

Potom hmotnostné spektrum prechádza do tvaru

$$\begin{aligned} \rho(m) = & \int d\pi^+ d\pi^- C(m; \pi^+, \pi^-) \{ \\ & \sum_{n_\rho} Pr(n_\rho) n_\rho \rho_\rho(\pi^+, \pi^-) + \\ & \sum_{n_\rho} Pr(n_\rho) n_\rho (n_\rho - 1) \rho_\rho(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-) + \\ & \sum_{n_\rho \tilde{n}_{\pi^-}} Pr(n_\rho, \tilde{n}_{\pi^-}) (N_{\pi^+} - n_\rho) \tilde{n}_{\pi^-} \tilde{\rho}(\pi^+) \tilde{\rho}(\pi^-) + \\ & \sum_{n_\rho \tilde{n}_{\pi^-}} Pr(n_\rho, \tilde{n}_{\pi^-}) n_\rho \tilde{n}_{\pi^-} \rho_\rho(\pi^+) \tilde{\rho}(\pi^-) + \\ & \sum_{n_\rho} Pr(n_\rho) (N_{\pi^+} - n_\rho) n_\rho \tilde{\rho}(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-) \} \end{aligned} \tag{B.1}$$

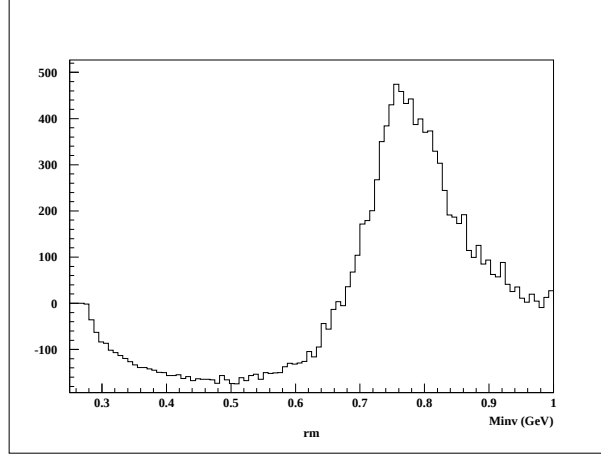
Rovnakým spôsobom pre miešané spektrum dostaneme

$$\begin{aligned}
\rho_{mix}(m) = & \int d\pi^+ d\pi^- C(m; \pi^+, \pi^-) \{ \\
& \sum_{n_{1\rho} n_{2\rho}} Pr(n_{1\rho}) Pr(n_{2\rho}) n_{1\rho} n_{2\rho} \rho_\rho(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-) + \\
& \sum_{n_{1\rho} \tilde{n}_{2\pi^-}} Pr(n_{1\rho}) Pr(\tilde{n}_{2\pi^-}) n_{1\rho} \tilde{n}_{2\pi^-} \rho_\rho(\pi^+) \tilde{\rho}(\pi^-) + \\
& \sum_{n_{1\rho} n_{2\rho}} Pr(n_{1\rho}) Pr(n_{2\rho}) (N_{\pi^+} - n_{1\rho}) n_{2\rho} \tilde{\rho}(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-) + \\
& \sum_{n_{1\rho} \tilde{n}_{2\pi^-}} Pr(n_{1\rho}) Pr(\tilde{n}_{2\pi^-}) (N_{\pi^+} - n_{1\rho}) \tilde{n}_{2\pi^-} \tilde{\rho}(\pi^+) \tilde{\rho}(\pi^-) \}
\end{aligned} \tag{B.2}$$

Tieto rovnice môžeme ďalej zjednodušiť a previesť sumáciu cez počty ρ -mezónov. Výpočet vyzerá podobne ako v predchádzajúcom dodatku. Po odčítaní miešaného spektra od pôvodného v hre stále ešte zostane veľa interferenčných členov pochádzajúcich od párov, v ktorých buď jedna častica pochádza z rozpadu rezonancie a druhá z pozadia, alebo obe častice sú z pozadia. Reprodukcia takejto štruktúry pomocou Monte Carlo simulácie by bola mimoriadne náročná. Keď však na častice uplatníme selekčné kritérium, podľa ktorého budeme miešať len častice (my sme si zvolili kladné pióny), ktorých pozdĺžne hybnosti ležia v úzkom intervale, mnoho členov sa navzájom vyruší. Dôvod prečo tomu tak je, je triviálny. V rámci úzkeho intervalu sú jednočasticové rozdelenia prakticky konštantné a po renormalizácii na jednotku sa stanú takmer rovnakými. Môžeme napísať, že platí $\rho_\rho(\pi^+) \approx \tilde{\rho}(\pi^+) \approx \rho(\pi^+)$. Ak sú obe spektrá rovnako normalizované, tak celková plocha štruktúry, ktorá vznikne po odčítaní spektier bude nulová, pričom tvar spektra bude:

$$\begin{aligned}
\rho(m) - \rho_{mix}(m) = & \int d\pi^+ d\pi^- C(m; \pi^+, \pi^-) \\
& < n_\rho > [\rho_\rho(\pi^+, \pi^-) - \rho_\rho(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-)]
\end{aligned} \tag{B.3}$$

Spektrum napísané v hranatých zátvorkách pozostáva z dvoch členov. Prvý člen popisuje spektrum rozpadových produktov rezonancie (ak na neho pôsobí operátor invariantných hmotností, tak po preintegrovaní dáva Breit-Wignerovo rozdelenie). Druhý člen popisuje spektrum, v ktorom sú zmiešané kladné a záporné pióny z rôznych rezonancií. Tvar takéhoto spektra (viď



Obrázok B.1: Spektrum získané odčítaním miešaného spektra invariantných hybností od pôvodného spektra pre ρ -rezonanciu. Hybnosť π^+ je fixovaná v intervale $x_F \in (0.; 0.05)$.

obrázok B.1) sa môže pripraviť pomocou Monte Carlo simulácie, generujúcej udalosti pozostávajúce len z rozpadových produktov jednej rezonancie. Po odčítaní spektra vzniknutého miešaním častíc z rôznych rezonancií od vygenerovaného Breit-Wignerovho spektra rezonancie, dostaneme výsledné spektrum, líšiace sa od spektra získaného z experimentálnych dát len o multiplikačný faktor. Tento faktor priamo udáva počet rezonancií, ktoré prešli selekčným kritériom.

Dodatok C

Štatistický model zahrňajúci viac rezonancií

Ukázalo sa, že reálna situácia je komplikovanejšia ako sa uvažovalo v dodatku B, lebo kanálom $\pi^+\pi^-$ sa rozpadá viacero rezonancií. Treba preveriť či navrhnutá Monte Carlo simulácia bude schopná reprodukovať výsledné spektrum z experimentálnych dát aj v prípade, keď spektrum obsahuje viac než jednu rezonanciu. Teoreticky by totiž mohli pri miešaní udalostí vzniknúť interferenčné členy, obsahujúce páry častíc pochádzajúcich z dvoch rôznych typov rezonancií. To by malo za následok dramatické zmeny v Monte Carlo simulácii, v ktorej by sa v rámci udalosti muselo generovať viacero rôznych rezonancií.

Na začiatok uvažujeme dve rezonancie

$$\rho(770) \longrightarrow \pi^+ \pi^-$$

$$K_S^0(498) \longrightarrow \pi^+ \pi^-$$

Charakteristiky súvisiace s ρ rezonanciou budú značené malým indexom ρ a charakteristiky súvisiace s K_S^0 rezonanciou budú značené malým indexom K . Je tu možných oveľa viac kombinácií piónov, ktoré prispievajú do spektra, ako predtým. Podobne ako v predchádzajúcom dodatku využijeme predpoklady o nezávislosti hybností od počtu častíc vyprodukovaných v udalosti, a o nezávislosti rozdelenia hybností kladných a záporných piónov pre všetky kombinácie (okrem párov pochádzajúcich z rozpadu tej istej rezonancie). Opäť fixujeme počet kladných piónov

$$N_{\pi^+} = n_\rho + n_K + \tilde{n}_{\pi^+} = \text{const}$$

Za použitia týchto predpokladov a po presumovaní cez hluché indexy pre hmotnostné spektrum dostaneme vzťah

$$\begin{aligned} \rho(m) = & \int d\pi^+ d\pi^- C(m; \pi^+, \pi^-) \{ \langle \tilde{n}_{\pi^-} \rangle N_{\pi^+} \tilde{\rho}(\pi^+) \tilde{\rho}(\pi^-) + \\ & \langle n_\rho \rangle [\rho_\rho(\pi^+, \pi^-) - \rho_\rho(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-) + N_{\pi^+} \tilde{\rho}(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-)] + \\ & \langle n_K \rangle [\rho_K(\pi^+, \pi^-) - \rho_K(\pi^+) \rho_K(\pi^-) + N_{\pi^+} \tilde{\rho}(\pi^+) \rho_K(\pi^-)] \} \end{aligned} \quad (C.1)$$

Podobným spôsobom môžeme zapísať spektrum pre miešané dvojice

$$\begin{aligned} \rho_{mix}(m) = & \int d\pi^+ d\pi^- C(m; \pi^+, \pi^-) \{ N_{\pi^+} \langle \tilde{n}_{\pi^-} \rangle \tilde{\rho}(\pi^+) \tilde{\rho}(\pi^-) + \\ & N_{\pi^+} \langle n_\rho \rangle \tilde{\rho}(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-) + N_{\pi^+} \langle n_K \rangle \tilde{\rho}(\pi^+) \rho_K(\pi^-) \} \end{aligned} \quad (C.2)$$

Po odčítaní miešaného spektra od pôvodného dostaneme výsledný tvar spektra

$$\begin{aligned} \rho(m) - \rho_{mix}(m) = & \int d\pi^+ d\pi^- C(m; \pi^+, \pi^-) \{ \\ & \langle n_\rho \rangle [\rho_\rho(\pi^+, \pi^-) - \rho_\rho(\pi^+) \rho_\rho(\pi^-)] + \\ & \langle n_K \rangle [\rho_K(\pi^+, \pi^-) - \rho_K(\pi^+) \rho_K(\pi^-)] \} \end{aligned} \quad (C.3)$$

Vyšlo nám, že výsledok pozostáva z dvoch rovnakých členov (prvý zodpovedá ρ -rezonancii a druhý K -rezonancii), ktoré sa úplne zhodujú s výsledkom, ktorý sme získali v dodatku B (viď rovnica (B.3)). Prišli sme teda k záveru, že príspevky od týchto dvoch rezonancií sú nezávislé. (Dá sa ukázať, že toto tvrdenie platí aj pre väčší počet rezonancií.) V praxi to znamená, že počty vyprodukovaných rezonancií v reálnych dátach je možné určiť za pomoci dvoch Monte Carlo simulácií, z ktorých jedna bude simulovať rozpadové produkty ρ -rezonancie a druhá rozpadové produkty K -rezonancie. Ich výsledné odčítané spektrá treba pomocou fitovania nastaviť tak, aby po superpozícii čo najlepšie popisovali odčítané spektrum z experimentálnych dát.

Literatúra

- [1] S. Afanasiev and et al.: The NA49 large acceptance hadron detector. NIM, A430:210, 1999.
- [2] J. Bracíník: Plynové polohovocitlivé detektory vo fyzike vysokých energií. Dizertačná práca, Bratislava 2000.
- [3] D.E. Groom and et al.: Rewiew of Particle Physics. European Phys. Journal C15,163-173(2000).
- [4] G.I. Kopylov: Osnovy kinematiki rezonansov. Nauka, Moskva, 1970, 9-45.
- [5] R. Hagedorn, Relativistic Kinematics, a guide to the kinematic problems of high-energy physics, W.A. Benjamin, inc. 1963.
- [6] B.R. Martin, G. Shaw: Particle Physics. Wiley, 1997.
- [7] Drijard, D., Fischer, H. G., Nakada, T.: Study of event mixing and its application to the extraction of resonance signals. NIM, 225:367, 1984.
- [8] D. Drijard, H.G. Fischer and et al.: Production of vector and tensor mesons in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 52.5 GeV$. Z Phys. C 9,293-303(1981).
- [9] M. Aguilar-Benitez and et al.: Inclusive particle production in $400 GeV/c$ pp-interactions. Z Phys. C 50,405-426(1991).
- [10] J. Pišút, M. Roos: Rho-meson shape. Nuclear Phys. B6, 325-352(1968).
- [11] J. Bracíník, V. Černý: Súkromná komunikácia.
- [12] M. Kreps: Súkromná komunikácia.
- [13] O. Chvála: Súkromná komunikácia.

- [14] I.M. Sobol': Metod Monte-Karlo. Nauka, Moskva, 1972.
- [15] F. James: MINUIT, Function minimization and error analysis. Program library D506. CERN, 1994.